



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = R$

ШИФР

4 0 3 4 4

Класс 10 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.12.19

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	55	10	15	0	20	10	60	Шестьдесят	<i>[Signature]</i>

11) $A = 19^{2016} + 19^{2017} + 19^{2018} = 19^{2016} (1 + 19 + 19^2) =$
 $= 19^{2016} \cdot 381$

381 делится на 127 $\Rightarrow A : 127$

$\frac{A}{127} = 19^{2016} \cdot 3$

$\oplus 55$

13)
$$\begin{cases} 2x - xy + 2y = 6, \\ x^2 + y^2 - 3xy = 5. \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x+y) = 6+xy, \\ (x+y)^2 - 5xy = 5. \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = \frac{6+xy}{2}, \\ (\frac{6+xy}{2})^2 - 5xy = 5. \end{cases}$$

$\frac{(6+xy)^2}{4} - 5xy = 5$

$(6+xy)^2 - 20xy = 20$

$36 + 12xy + (xy)^2 - 20xy - 20 = 0$

$(xy)^2 - 8xy + 16 = 0$

$(xy - 4)^2 = 0$

$xy = 4 \Rightarrow x+y = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$a+b-c = 1+4-5=0 \Rightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=4 \end{cases}$

$$\begin{cases} xy = 4, \\ x+y = 5. \end{cases} \quad \begin{cases} (5-y)y = 4, \\ x = 5-y. \end{cases} \quad \begin{cases} 5y - y^2 - 4 = 0, \\ y^2 - 5y + 4 = 0, \\ x = 5-y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=4 \\ y=4 \\ x=1 \end{cases}$$

$\oplus 15$

Ответ: $(4, 1); (1, 4)$

ШИФР

--	--	--	--	--

№5 Пусть количество девушек в колл. фран. - w , мужчин - m , по сч.

Непрямиз фран. всего девушки. Муж.

Коллоризуеу. $5w + mn$ $5w$ mn

По условию задано в непрямиз. ^{или 600} мужчин больше чем в коллоризуеу., и мужчин ^{или 20} больше чем девушек

Составим и решим ^{систему} уравнений

$$\begin{cases} 5w + mn = w + m + 600 \\ w = m - 20 \end{cases}$$

$$5(m - 20) + mn = m - 20 + m + 600$$

$$5m - 100 + mn = 2m + 580$$

$$3m + mn = 680$$

$$m(3 + n) = 680$$

$$m = \frac{680}{3 + n}$$

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3 + n$ делится без остатка 680
при $n = 7$, $m = 68$, $m \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} w = 48 \\ m = 68 \end{cases}$$

Значит, мужчин в колл. фран. - 68, девушек - 48

Поэтому всего на 2 французских

$$5w + mn + w + m = 5w + 7m + w + m = 6w + 8m = 832 (2.)$$

Ответ: 832.

⊕ 20

№6

$$y = x + \sqrt{(x^2 + 6x + 9)(x^2 + 2x + 1)} = x + \sqrt{(x+3)^2(x+1)^2} = x + |x+3| \cdot |x+1|$$

$$\begin{array}{c} - \quad + \quad + \\ \hline - \quad -3 \quad + \quad -1 \quad + \end{array} \quad \begin{array}{c} x+3 \\ x+1 \end{array}$$

или $x \geq -3$, то $y = x + (x+3)(x+1) = x + x^2 + x + 3x + 3 =$

$$= x^2 + 5x + 3$$

$x = -2,5$ - ось симметрии

$$x_0 = -\frac{5}{2} = -2,5$$

$$y_0 = y(-2,5) = -2,5 + 0,5 \cdot (-1,5) = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{-10 - 3}{4} = -\frac{13}{4} = -3,25$$

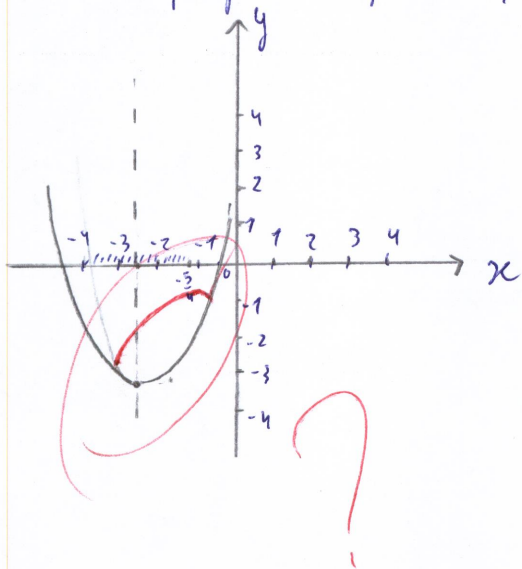
ШИФР

--	--	--	--	--

если $x < 3$, то

$$y = x + (-3-x) \cdot (-x-1) = x^2 + 5x + 3$$

Получили график функции
График параболы, ветви ↑ $y = x^2 + 5x + 3$



Найдем корни функции

$$x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 = 13$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{13}}{2}$$

Сравним $\frac{-5 + \sqrt{13}}{2} > -\frac{5}{4}$

$$\frac{-5 - \sqrt{13}}{2} < -4$$

$$-10 + 2\sqrt{13} > -5$$

$$-5 - \sqrt{13} < -8$$

$$-5 + 2\sqrt{13} > 0$$

$$-\sqrt{13} < -3$$

$$2\sqrt{13} > 5$$

✗

✗

$$4 \cdot 13 > 25$$

$$52 > 25$$

$x = -\frac{5}{4} < \text{корни функции} \Rightarrow$

$$\Rightarrow y < 0$$

$y_{\text{мин}} = -3,25$ - верш. параболы

$x = -4 > \text{корни функции} \Rightarrow y \neq 0 \Rightarrow \text{при } x = -4 \text{ макс}$

$$y_{\text{макс}} = 16 - 20 + 3 =$$

$y_{\text{мин}} = -3,25$ - вершина параболы

Судя по графику, максимальное знач. функции не достигается
или при $x = -4$ или при $x = -\frac{5}{4}$

при $x = -4$

$$y = 16 - 20 + 3 = -1$$

при $x = -\frac{5}{4}$

$$y = \left(-\frac{25}{16}\right) - \frac{5 \cdot 5}{4} + 3 = \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 3 =$$

$$= \frac{25 - 100 + 48}{16} = \frac{48 - 75}{16} = -\frac{27}{16} = -1\frac{11}{16}$$

$-1 > -1\frac{11}{16}$, значит $y_{\text{макс}} = -1$.

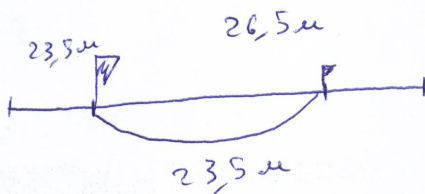
Ответ: $-1, -3,25$

105



--	--	--	--	--

№2



Пусть скорость первого x м/с, тогда
разница t между стартом ~~на первом флаге~~ ^{первой} и ^{второй} верней

$$\frac{23,5}{x} - \frac{23,5}{3} = t$$

до второй верней
первый в сумме проехал 47 м, а второй 53, значит

$$t = \frac{47}{x} - \frac{53}{3}$$

Составим уравнение

$$\frac{23,5}{x} - \frac{23,5}{3} = \frac{47}{x} - \frac{53}{3} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{47}{x} - \frac{47}{3} = \frac{2 \cdot 47}{x} - \frac{53 \cdot 2}{3}$$

$$\frac{47}{x} = \frac{53 \cdot 2 - 47}{3}$$

$$\frac{47}{x} = \frac{59}{3}$$

$$x = \frac{3 \cdot 47}{59} \text{ м/с, тогда } t = \frac{23,5}{\frac{3 \cdot 47}{59}} - \frac{23,5}{3} = \frac{47 \cdot 59}{2 \cdot 3 \cdot 47} - \frac{47}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{59 - 47}{6} = \frac{12}{6} = 2 \text{ с}$$

Значит интервал между стартами равен 2 секунды

Ответ: 2.

5105



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

--	--	--	--	--	--

N 4

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} > 2$$

Сравним с ед.

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} > 1 \text{ при каких значениях } n?$$

$$\sqrt{2019} + \sqrt{2018} > 1^n$$

$$4037 + 2\sqrt{2019 \cdot 2018} > 1$$

$$2\sqrt{2019 \cdot 2018} > -4036$$

$$\sqrt{2019 \cdot 2018} > -2018$$

$$\sqrt{2019 \cdot 2018} > -\sqrt{2018 \cdot 2018}$$

$$\sqrt{2019} > -\sqrt{2018}$$

$$\sqrt{2019} + \sqrt{2018} > 0$$

Это значение гораздо больше 0

Так же как и числа знамен. Больше 0

$$\sqrt{2019} + \sqrt{2018} + \sqrt{2018} - \sqrt{2019} > 0 + 0$$

$$2\sqrt{2018} > 0$$

Так же и

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} > 1 + 1$$

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} > 2$$

ч. м. г.

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} < 1$$

$$\sqrt{2019} - \sqrt{2018} < 1^n$$

$$4037 - 2\sqrt{2018 \cdot 2019} < 1$$

$$-2\sqrt{2018 \cdot 2019} < -4036$$

$$-\sqrt{2018 \cdot 2019} < -2018$$

$$-\sqrt{2018 \cdot 2019} < -\sqrt{2018 \cdot 2018}$$

$$-\sqrt{2019} < -\sqrt{2018}$$

$$\sqrt{2018} - \sqrt{2019} < 0$$

Это значение отрицательно
меньше 0