ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 3 5 1

Класс 10 **Вариант** 022 **Дата Олимпиады** 09.01.2019

Площадка написания УГНТУ

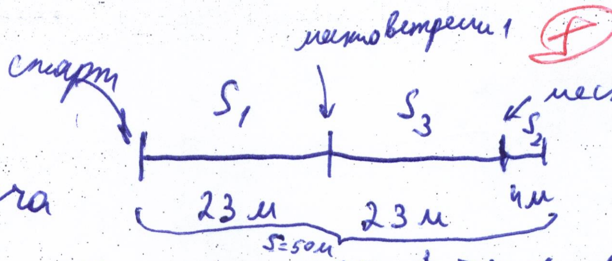
Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	10	0	30	70	семьдесят	

№1

$A = 13^{2017} + 13^{2018} + 13^{2019} = 13^{2017}(1+13+169) = 183 \cdot 13^{2017} = 61 \cdot 3 \cdot 13^{2017}$ ч.т.д.

⊕ 5б

№2



По условию задачи $v_2 = 2\frac{м}{с}$ – скорость второго пловца. Т.к. вторая встреча произошла через t=2 с, то она была на расстоянии $v_2 \cdot t = 4$ м от другого конца бассейна. Тогда $S_3 = S - S_1 - S_2 = 50 - 23 - 4 = 23$ (м.).

С момента первой встречи первый пловец прошел расстояние S_3, второй $S_3 + 2S_2$, т.к. с того момента они плыли одинаковое время, то

$t_{II} = \frac{S_3}{v_1} = \frac{S_3 + 2S_2}{v_2}$; $v_1 = v_2 \frac{S_3}{S_3 + 2S_2} = 2\frac{м}{с} \cdot \frac{23}{31} = \frac{46}{31}\frac{м}{с}$ – скорость первого пловца.

τ – время между стартами, t_1 – время, которое первый плыл 23 м, t_2 – время, которое второй плыл 23 метра. $\tau = t_1 - t_2$, $\tau = \frac{S_1}{v_1} - \frac{S_1}{v_2} = \frac{23 \cdot 31}{46} - \frac{23}{2} =$

$= 15{,}5 - 11{,}5 = 4$ (с)

⊕ 10б

Ответ: 4с

№3

$\begin{cases} x + 3xy + y = 9 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$

~~$x = \frac{9-y}{1+3y}$~~

$\begin{cases} xy = \frac{9-(x+y)}{3} \\ (x+y)^2 = 7 + xy \end{cases}$

$(x+y)^2 = 10 - \frac{x+y}{3}$, пусть $x+y = t$, то

$3t^2 + t - 30 = 0$

$D = 1 + 360 = 19^2$

$\left[\begin{array}{l} t = x+y = \frac{-1-19}{6} = -3\frac{1}{3} \\ t = x+y = \frac{-1+19}{6} = 3 \end{array}\right.$

(№3 продолжение)

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=3\\ 3xy=6\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=-3\frac{1}{3}\\ 3xy=12\frac{1}{3}\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=3-y\\ -3y^2+9y-6=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\frac{10}{3}-y\\ -3y^2-10y-\frac{37}{3}=0\end{cases}\end{array}\right.$$

$-3y^2+9y-6=0 \; (:(-3))$

$3y^2-3y+2=0$

$a+b+c=0 \Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l}y=1,\\ y=2;\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2,\\ y=1;\end{cases}\\ \begin{cases}x=1,\\ y=2;\end{cases}\end{array}\right.$$

$3y^2+10y+\frac{37}{3}=0$

$9y^2+30y+37=0$

$\frac{D}{4}=225-333=-108<0 \Rightarrow$ реш. нет.

Ответ: $(1;2)$; $(2;1)$ ⊕ 15

№4

$$\sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}+\sqrt[4]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}>2$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}=\sqrt[4]{(\sqrt{2018})^2-(\sqrt{2017})^2}=\sqrt[4]{1}=1$$

Пусть $\sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}=X$, $X>0$, т.к. $\underset{>1}{\sqrt{2018}}+\underset{>1}{\sqrt{2017}}>2$, $\sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}>\sqrt[4]{2}>0$ ~~[illegible]~~

$X+\frac{1}{X}\wedge 2$

$\frac{X^2+1}{X}\wedge 2 \quad |\cdot X \quad (X>0$, доказано выше)

$x^2+1\wedge 2x$

$x^2-2x+1\wedge 0$

$(x-1)^2\geq 0$ | $x+\frac{1}{x}>2 \Rightarrow \sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}+\sqrt[4]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}>2$ ч.т.д.

но т.к. $x\neq 1$, то

$(x-1)^2>0$ $\Rightarrow$

Докажем, что $x\neq 1$

$\sqrt[4]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}=1$, то $\underset{>1}{\sqrt{2018}}+\underset{>1}{\sqrt{2017}}=1$ — противоречие

~~$\sqrt{2018}+\sqrt{2017}$~~

± 10б

№5

Пусть $5a$ – кол-во девушек, подавших заявление на фак. переработки минерального сырья, bn – кол-во юношей, подавших заявление на этот фак.

~~Тогда по условию задачи составим систему уравнений правильно.~~

Общее число подавших на перераб. мин. сырья: $5a+bn$, на ~~гео~~ геологоразведку: $a+b$, По условию (a девушки геологоразв., b – юноши геологоразв.) $b - a = 60$

Составим и решим систему уравнений

~~$\begin{cases} \frac{b}{n} - \frac{a}{5} = 60 \\ a+b = 800 \end{cases}$~~ ~~$\begin{cases} \frac{5b - n(800-b)}{5n} = 300n, \ n \in [6,9) \\ a = 800 - b \end{cases}$~~

$\begin{cases} b - a = 60 \\ bn + 5a = 800 \end{cases}$ $\begin{cases} 5(b-a) = 300 \\ bn + 5a = 800 \end{cases}$ $b(n+5) = 1100$, b; $n+5$ – целые числа

$n = 6$; $b = \frac{1100}{11} = 100$

$n = 7$; $b = \frac{1100}{12} = 91$ (ост. 8)

$n = 8$; $b = \frac{1100}{13} = 84$ (ост. 8)

$n = 9 = \frac{1100}{14} = 78$ (ост. 8)

$\Rightarrow n = 6$ (только при b b-целое) $\Rightarrow a = b - 60 = 40 \Rightarrow$

общее число заявлений $800 + 100 + 40 = 940$

Ответ: 940

$\boxed{-}$

№~~5~~6

$y = -2x + \sqrt{(x^2-10x+25)(x^2-4x+4)} = -2x + |x-5||x-2|$

1) ~~$x \in [\frac{9}{4}$~~; $\frac{9}{4} > 2$; $x \in [\frac{9}{4}; 5]$: $y = -2x - x^2 + 7x - 10 = -x^2 + 5x - 10$; $x_в = \frac{-5}{-2} = 2,5$;

$y = -x^2 + 5x - 10$ – квадратичная функция, старший коэф. $< 0 \Rightarrow$ y_{max} в вершине, y_{min} по краям

$y_{max_1} = -(2,5)^2 + 5 \cdot (+2,5) - 10 = -3,75$; $\left[\begin{array}{l} y_{min_1} = -(\frac{9}{4})^2 + 5(\frac{9}{4}) - 10 = -4\frac{3}{16} \Rightarrow y_{min_1} = -10 \\ y_{min_1} = -(5)^2 + 5 \cdot 5 - 10 = -10 \end{array} \right.$

Д3 0б

2) $x \in (5; 6]$; $y = -2x + x^2 - 7x + 10 = x^2 - 9x + 10$ – квадратичная функция, ст. коэф $> 0 \Rightarrow$ min значение в вершине, max по краям $x_в = \frac{9}{2} = 4,5$, т.к. вершина левее нашего полуинтервала, то минимум в левой его части, максимум в правой $y_{min_2} = 5^2 - 9 \cdot 5 + 10 = -10$; $y_{max_2} = 6^2 - 9 \cdot 6 + 10 = 28 \Rightarrow$

$y_{min} = -10$, $y_{max} = 28$

Ответ: -10 – минимум, 28 – максимальное значение