ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР Ч 5 5 8 8

Класс 10 Г Вариант 21 Дата Олимпиады 9 февраля 2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	6	15	3	20	30	79	Семьдесят девять	

1) $A = 19^{2016} + 19^{2017} + 19^{2018} = 19^{2016}(1 + 19 + 19^2) =$

$= 19^{2016}(1 + 19 + 361) = 381 \cdot 19^{2016} = 127 \cdot 3 \cdot 19^{2016} \vdots 127$ ч.т.д.

+ 5 б

4) $\frac{\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}}{2} > 2 \quad | : 2$

$\frac{\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}}{2} > 1$

Т.к. $\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} \cdot \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} = \sqrt[n]{(\sqrt{2019} + \sqrt{2018})(\sqrt{2019} - \sqrt{2018})} =$

$= \sqrt[n]{(\sqrt{2019})^2 - (\sqrt{2018})^2} = \sqrt{2019 - 2018} = \sqrt{1} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}}{2} \geq \sqrt{\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} \cdot \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}}$

Из неравенства Коши, которое гласит, что среднее арифметическое 2-ух чисел больше среднего геометрического этих чисел, следует, что нер-во доказано.

+ 5 б

= 35

6) $y = x + \sqrt{(x^2+6x+9)(x^2+2x+1)} = x + \sqrt{(x+3)^2(x+1)^2} =$

$= x + |x+3| \cdot |x+1|$

$x+1$	$-$		$-$		$+$	
$x+3$	$-$	-3	$+$	-1	$+$	

Функция определена на всём промежутке

1) если $x \in (-\infty; -3)$, то

$y = x + (-3-x)(-1-x) = x + 3 + x + 3x + x^2 = x^2 + 5x + 3 =$

$= x^2 + 2 \cdot 2{,}5x + 2{,}5^2 - 2{,}5^2 + 3 = (x+2{,}5)^2 - 6{,}25 + 3 = (x+2{,}5)^2 - 3{,}25$

парабола, смещенная на 2,5 влево и на 3,25 вниз (ox) (oy)

2) если $x \in [-3; -1)$, то ветви вверх

$y = x + (x+3)(-x-1) = x - x^2 - 3x - x - 3 = -x^2 - 3x - 3 =$

$= -(x^2 + 3x + 3) = -(x^2 + 2 \cdot 1{,}5x + 1{,}5^2 - 1{,}5^2 + 3) =$

$= -((x+1{,}5)^2 + 0{,}75) = -(x+1{,}5)^2 - 0{,}75$

парабола, смещенная на 1,5 влево по оси ox и на 0,75 вниз по оси oy

3) если $x \in [-1; +\infty)$, то ветви вниз.

$y = x + (x+3)(x+1) = x + x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 5x + 3 = (x+2{,}5)^2 - 3{,}25$

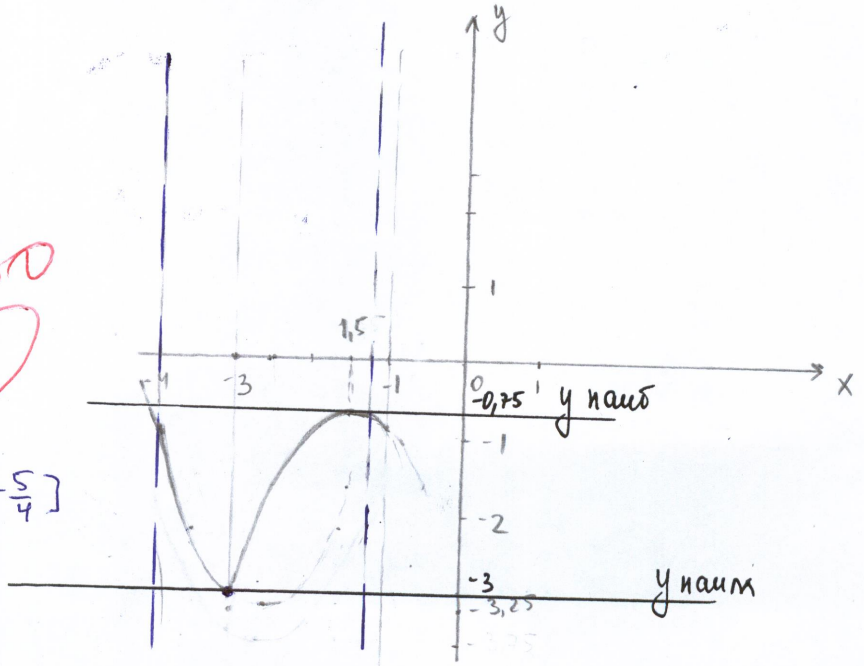
аналогично п. (1).

$y = (x+2{,}5)^2 - 3{,}25$

x	$-2{,}5$	$-3{,}5$	$-4{,}5$	-3	-4
y	$-3{,}25$	$-2{,}25$	$0{,}75$	-3	-1

$y = -(x+1{,}5)^2 - 0{,}75$

x	$-1{,}5$	$-2{,}5$	-3
y	$-0{,}75$	$-1{,}75$	-3



30

на промежутке $x \in [-4; -\frac{5}{4}]$

$y_{наиб} = -0{,}75$

$y_{наим} = -3$.

Ответ: $-0{,}75; -3$.

5) Пусть девушек на г.ф. — x, а юношей на г.ф. — y, тогда на н.ф девушек — $5x$; юношей на н.ф - ny.

По условию задачи всего на н.ф. подано на 600 заявлений больше, чем на г.ф.

Составим и решим систему ур-ий.

$$\begin{cases} y = x + 20 \\ 5x + ny = 600 + y + x \end{cases}$$

$$5x + nx + 20n = 600 + 2x + 20$$

$$3x + nx + 20n = 620$$

$$x(n+3) = 620 - 20n$$

$$x = \frac{620 - 20n}{n+3}$$

$$x = \frac{20(31-n)}{n+3}$$

Т.к. число девушек - целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{20(31-7)}{n+3} \in Z$

Проверим каждое n: $6 \le n \le 9$

Подходит только $n = 7$.

$$\frac{20(31-7)}{7+3} = \frac{20 \cdot 24}{10} = 48$$

Значит девушек на г.ф. - 48, юношей - 68,
девушек на н.ф. — 240, юношей — 476

Всего заявлений подано: 832.

Ответ: 832

Ф 205

2) Пусть скорость I пловца – $x\frac{м}{с}$, время задержки II-го пловца – t с.

Составим и решим систему ур-ий.

$$\begin{cases} \frac{23,5}{3} = \frac{23,5}{x} - t \\ \frac{50}{3} + 1 = \frac{50-3\cdot 1}{x} - t \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{23,5}{3} = \frac{23,5}{x} - t \\ \frac{53}{3} = \frac{47}{x} - t \end{cases}$$

$t = \frac{23,5}{3} - \frac{23,5}{x = \frac{23,5\cdot 3}{23,5}} = \frac{23,5}{3} - \frac{23,5}{3} = \frac{6}{3} =$ (2)

$\frac{53-23,5}{3} = \frac{47-23,5}{x}$

$\frac{29,5}{3} = \frac{23,5}{x}$ $16,5 = \frac{23,5}{x}$ (-1) 65

$x = \frac{23,5\cdot 3}{29,5}$ $x = \frac{235}{165}$

Значит скорость пловца $\frac{235}{165}\frac{м}{с} \Rightarrow t = \frac{\cancel{47\cdot 165}^{33}}{\cancel{235}_{1}} - \frac{53}{3} =$

$= \frac{99-53}{3} = \frac{46}{3}$ с

Ответ: $15\frac{1}{3}$ с.

3) $\begin{cases} 2x - xy + 2y = 6 \\ x^2 + y^2 - 3xy = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2(x+y) - xy = 6 \\ x^2 + y^2 - 3xy = 5 \end{cases}$

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

Пусть $x+y=a$; $xy=b$ $\begin{cases} 2a - b = 6 \\ a^2 - 2b - 3b = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a - b = 6 \\ a^2 - 5b = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 2a - 6 \\ a^2 - 10a + 25 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = 2a - 6 \\ (a-5)^2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 2a - 6 \\ a = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 4 \\ a = 5 \end{cases}$

Обратная замена: $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 - y \\ y^2 - 5y + 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 - y \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 4 \end{array}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 4 \end{array}\right. \end{cases}$

Ответ: (4; 1); (1; 4). (+) 15