



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

3 8 0 1 9

Класс 10 Вариант 21 Дата Олимпиады _____

Площадка написания УТНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	0	20	30	80	Восемьдесят	<i>РБ</i>

№1

$$A = 19^{2016} + 19^{2017} + 19^{2018}$$

Док-ть: $A : 127 = n$, где $n \in \mathbb{Z}$

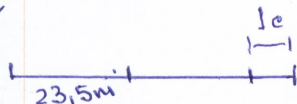
Док-во:

$$19^{2016} + 19^{2017} + 19^{2018} = 19^{2016} (1 + 19 + 19^2) = 19^{2016} (20 + 361) = 19^{2016} \cdot 381 = 19^{2016} \cdot 3 \cdot 127$$

$$19^{2016} \cdot 3 \cdot 127 : 127 \Rightarrow A : 127$$

и т.д. $\oplus 58$

№2



$$V_2 = 3 \text{ м/с}$$

$$\Delta t_{\text{ст}} = ?$$

1) найдём время, через которое 2ой пловец догонит 1ого.

$$23,5 \text{ м} : 3 \text{ м/с} = 7 \frac{5}{6} (\text{с})$$

2) найдём расстояние, которое проплыл 2ой пловец до второй встречи с 1ым пловцом:

$$(50 - 23,5) + 3 \cdot 1 = 26,5 + 3 = 29,5 (\text{м})$$

3) найдём время, за которое он проплыл это расстояние:

$$29,5 : 3 = 9 \frac{5}{6} (\text{с})$$

4) найдём расстояние, которое проплыл 1ый пловец до второй встречи со 2ым пловцом:

$$(50 - 23,5) - 3 = 26,5 - 3 = 23,5 (\text{м})$$

5) найдём скорость, с которой плыл 1ый пловец, так как нам известен промежуток времени, за который он проплыл 23,5 м.

$$23,5 : 9 \frac{5}{6} = \frac{235 \cdot 6}{10 \cdot 59} = \frac{141}{59} (\text{м/с})$$

6) найдём время, которое плыл 1ый пловец до первой встречи со 2ым пловцом:



ШИФР

--	--	--	--	--

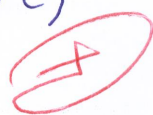
$$13,5: \frac{141}{59} = 9\frac{5}{6} \text{ (с)}$$

7) найдем разницу во времени, которая была между стартом

10ю и 20ю пловцов:

$$9\frac{5}{6} - 7\frac{5}{6} = 2 \text{ (с)}$$

Ответ: 2 с.



105

N3

$$\begin{cases} 2x - xy + 2y = 6, \\ x^2 + y^2 - 3xy = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy = 5. \end{cases}$$

1) Выразим $(x+y)$ из 1-го уравнения:

$$x+y = \frac{6+xy}{2}$$

2) Найдем значение выражения (x^2+y^2) :

$$(x+y)^2 = \frac{x^2y^2 + 12xy + 36}{4}$$

$$x^2+y^2 = \frac{x^2y^2 + 12xy + 36}{4} - 1xy$$

3) Подставим это значение во второе уравнение:

$$\frac{x^2y^2 + 12xy + 36}{4} - 1xy - 3xy = 5$$

$$\frac{x^2y^2 + 12xy + 36 - 8xy - 12xy}{4} = 5$$

$$x^2y^2 - 8xy + 16 = 0$$

$$(xy)^2 - 2 \cdot 4 \cdot xy + 4^2 = 0$$

$$(xy - 4)^2 = 0$$

$$xy - 4 = 0$$

$$xy = 4$$

4) Значит $x+y = \frac{6+4}{2} = 5$

5) Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} xy=4, \\ x+y=5. \end{cases} \quad \begin{cases} x=5-y, \\ 5y-y^2=4. \end{cases} \quad \begin{cases} y^2-5y+4=0, \\ x=5-y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1, \\ x=4, \\ y=4, \\ x=1. \end{cases}$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$1 - 5 + 4 = 0$$

$$y_1 = 1 \quad y_2 = 4$$

Ответ: $(4; 1); (1; 4)$.

155

--	--	--	--	--

№5

Пусть кол-во заявлений, поданных на геолог. фак. равно x , тогда кол-во заявлений, поданных на нефтегазовый фак. равен $(x+600)$.

Пусть кол-во девушек, подавших заявл. в геолог. фак. равен y чел., тогда кол-во девушек, подавших заявл. в нефтег. фак. равен $(5y)$ чел.

Пусть кол-во юношей, подавших заявл. в геолог. фак. равен z чел., тогда кол-во юношей, подавших заявл. в нефтег. фак. равен (zn) чел., где $6 \leq n \leq 9$.

По условию задачи юношей, подавших заявл. на геолог. фак. на 20 больше, чем девушек, подавших заявл. на геолог. фак.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} z = y + 20, \\ x = z + y, \\ 600 + x = 5y + zn. \end{cases} \quad \begin{cases} z = y + 20, \\ x = 2y + 20, \\ 620 + 2y = 5y + n(y + 20). \end{cases} \quad \begin{cases} z = y + 20, \\ x = 2y + 20, \\ 620 = 3y + ny + 20n. \end{cases} \quad \begin{cases} z = y + 20, \\ x = 2y + 20, \\ y = \frac{20(31-n)}{3+n}. \end{cases}$$

Кол-во человек должно быть целым, значит $20(31-n)$ должно делиться на $(3+n)$.

$20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$
 $n \in [6; 9]$, значит $(3+n)$ должно равняться 10, так как это число является делителем числа 20.

$$3+n = 10 \Rightarrow n = 7$$

При $n=7$ $y = \frac{20(31-7)}{3+7} = 2 \cdot 24 = 48$ (чел.)

$x = 2 \cdot 48 + 20 = 116$ (чел.) - ^{подали} заявл. на геолог. фак.

Значит $600 + 116 = 716$ (чел.) - подали заявл. на нефтег. фак.

Общее кол-во заявл. равно $716 + 116 = 832$

Ответ: 832

20

№6

$$y = x + \sqrt{(x^2 + 6x + 9)(x^2 + 2x + 1)} = x + |x+3| \cdot |x+1|$$

$$\begin{array}{r} -1 + + \rightarrow x+3 \\ - -3 - -1 + \rightarrow x+1 \end{array}$$

1) если $x \leq -3$ или $x \geq -1$, то

$$y = x + (x+3)(x+1) = x + x^2 + 4x + 3 = x^2 + 5x + 3; \text{ график - параболы, ветви направлены вверх}$$

знаем при x в а. у. наим. при x в. ; $x_v = -\frac{5}{2} = -2.5$

$x = -2.5$ не подх. по ОДЗ, значит наим. знач. будет при $x = -3$:

$$y_{\text{наим}} = -3.$$

а наиб. при на проме. $[-4; -\frac{5}{4}]$ будет при $x = -4$. (т.к. график - параболы с ветвями, направленными вверх)



$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{m+n}{nm}$

ШИФР

--	--	--	--	--

$y_{\text{наиб}} = (-4)^2 + 5 \cdot (-4) + 3 = 16 - 20 + 3 = -1$

2) если $-3 \leq x \leq -1$, то $y = x + (x+3)(-(x+1)) = x - x^2 - 4x - 3 = -x^2 - 3x - 3$ - график - парабола, ветви направлены вниз.

Значит $y_{\text{наиб}}$ при $x = -1.5$; $x = -1.5$; $y_{\text{наиб}} = -0.75$.

$y_{\text{наим}}$ при $x = -3$; $y_{\text{наим}} = -3$.

$[-4; -\frac{5}{4}]$ 3) $\begin{cases} -3 = -3 \\ -1 < -0.75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{\text{наим}} = -3 \\ y_{\text{наиб}} = -0.75 \end{cases}$

Значит на промежутке $[-4; -\frac{5}{4}]$

$y_{\text{наим}} = -3$

$y_{\text{наиб}} = -0.75$

Ответ: -0.75 ; -3 . 305

№ 4

$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} > 2$

Возведём обе части в n -ую степень

$\sqrt{2019} + \sqrt{2018} + \sqrt{2019} - \sqrt{2018} + \dots > 2^n$

$2\sqrt{2019} + \dots > 2^n$

Мы возводим сумму в n -ую степень, значит в левой части не-ва будет сумма чисел и эта сумма в любом случае будет превышать число 2^n . Значит и неравенство

$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}} > 2$

будет истинно?

Об

и т.д.