ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 35614

Класс 11 Вариант 4 Дата Олимпиады 02.03.19

Площадка написания МАОУ „СШ „Земля родная"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 30		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	5	30	тридцать	

№1

$\eta = ?$

• Пусть p_i, V_i, T_i – характеристика газа в i-ом состоянии;

• $\eta = \frac{A_\Sigma}{Q_н} = \frac{Q_\Sigma}{Q_н}$, где:

A_Σ – суммарная работа газа за цикл

Q_Σ – суммарное кол-во теплоты, подведенное к газу за цикл

$Q_н$ – сумма теплот, подведённых от нагревателя к газу;

• $Q_\Sigma = A_\Sigma$, т.к. изменение внутр. энергии газа за цикл $\Delta U_\Sigma = 0$

• По определению: $Q_\Sigma = Q_{12} + \underset{\shortparallel}{Q_{23}} + Q_{34} + \overset{\shortparallel}{Q_{41}} = Q_{12} + Q_{34}$;

• Анализ графика на предмет подвода/отвода теплоты:

① $Q_{12} = U_2 - U_1 + A_{12}$, где $U_2 - U_1 > 0$ (т. 2 ∈ более высокой изотерме)

$A_{12} = 0$

Значит, в процессе Q_{12} теплота к газу подводилась

② $Q_{34} = U_4 - U_3 + A_{34}$, где $U_4 - U_3 < 0$ (т. 4 ∈ более низкой изотерме)

$A_{34} = 0$

Значит, в процессе 3-4 тепло от газа отводилось

• Получаем: $Q_\Sigma = Q_{12} + Q_{34}$; $Q_н = Q_{12}$;

• По ПНТ (первому началу термодинамики) для процесса 1-2

$Q_{12} = U_2 - U_1 + \underset{\shortparallel}{A_{12}} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$; $\boxed{Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)}$

• По ПНТ для процесса 3-4:

$Q_{34} = U_4 - U_3 + A_{34} = \frac{3}{2}\nu R(T_4 - T_3)$; $\boxed{Q_{34} = \frac{3}{2}\nu R(T_4 - T_3)}$

• Т.к. 2-3 – адиабата, то $p_2 V_2^{5/3} = \alpha$ и $p_3 V_3^{5/3} = \alpha$, где $\alpha = const$

• По уравнению Менделеева-Клапейрона $p_2 V_2 = \nu R T_2$ и $p_3 V_3 = \nu R T_3$

$\Rightarrow \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{-2/3}$, но $V_2 = V_1$, $V_3 = V_4$ $\Rightarrow \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{-2/3}$, но $\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{-2/3} = \frac{T_4}{T_1}$,

т.к. 4-1 – адиабата; Значит, $T_3 = \frac{T_2 \cdot T_1}{T_4}$;

Лист 1

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

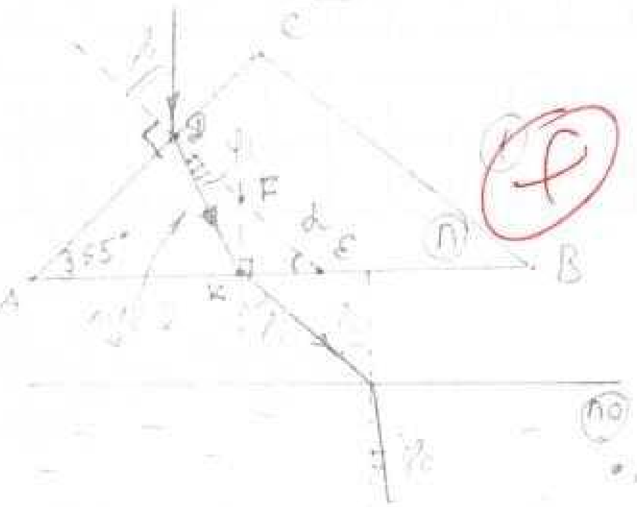
ШИФР 35614

• В результате: $\eta = \frac{Q_\Sigma}{Q_H} = \frac{Q_{12}+Q_{34}}{Q_{12}} = \frac{3/2\,\nu R(T_2-T_1) + 3/2\,\nu R(T_4-T_3)}{3/2\,\nu R(T_2-T_1)} =$

$= 1 + \frac{T_4 - T_3}{T_2 - T_1} = 1 + \frac{T_3 - \frac{T_2}{T_1}\cdot T_3}{T_2 - T_1} = 1 + \frac{300 - 450}{856 - 524} = \frac{56}{131}$ +

Ответ: $\eta = \frac{56}{131}\cdot 100\% \approx 42{,}7\%$

№ 2



• Обозначим показатель преломления материала призмы за n;

• Мысленно сдвинем призму вверх параллельно плоскости поверхности воды. От этого ход лучей и величин углов падения, отражения и преломления не изменятся;

• Т.к. призма равнобедренная с $\angle C = 90°$, углы при ее вершинах равны $45°$

• Из геометрии: $\angle = 45°$, т.к. угол при вершине призмы равен $45°$ и $\angle ADE$ – прямой

• Тогда $\angle KFE = 45° = \angle FEK$;

• Отсюда: $\angle DFK = 180 - \angle KFE = 135°$

• Значит, $\angle FKD = 180 - 135 - \varphi_1 = 180 - 135 - 19 = 26°$

• Заметим, что $\angle FKD$ – угол падения луча 2 на грань AB призмы

• Из закона Снеллиуса имеем:

① $1 \cdot \sin\varphi_0 = n \cdot \sin\varphi_1$

② $\sin 26° \cdot n = 1 \cdot \sin\varphi_2$

③ $\sin\varphi_2 \cdot 1 = n_0 \cdot \sin\varphi_0$

$\Longrightarrow \sin 26° \cdot n = n \cdot \sin\varphi_1 \cdot n_0$

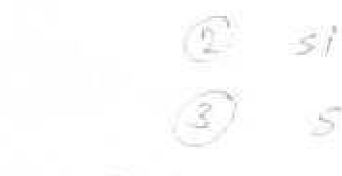
$\sin 26° = \sin 19° \cdot n_0$

$n_0 = \frac{\sin 26°}{\sin 19°} \approx \frac{4}{3}$

Ответ: $n_0 \approx 4/3$

№ 3

① Рассмотрим цепь в произвольный момент времени, пока ключ замкнут и применим к ней метод узловых потенциалов, учитывая, что напряжение на конденсаторе в этот момент равно U_C



• Заметим, что $W_C' = P_C = U_C \cdot I_C$, поэтому нам нужно найти зависимость $P_C(U_C)$;

• Из з. Ома: $I_0 = \frac{\mathcal{E} - U_C}{r}$; $I_R = \frac{U_C}{R}$

• По закону сохранения заряда: $I_C = I_0 - I_R =$

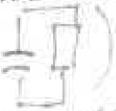
$= \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{U_C}{r} - \frac{U_C}{R} = \frac{\mathcal{E}}{r} - U_C\cdot\left(\frac{R+r}{Rr}\right)$; Тогда $P_C = I_C U_C = \frac{\mathcal{E}}{r}\cdot U_C - U_C^2 \cdot \frac{R+r}{R\cdot r}$

Лист 2

ШИФР 35614

• Функция $P_C(U_C)$ – квадратичная; Её значение максимально в вершине при $U_C = \frac{\mathcal{E}\cdot R}{2\cdot(R+r)}$, значит, в момент размыкания ключа напряжение на нём равно $U_C^* = \frac{\mathcal{E}\cdot R}{2(R+r)}$

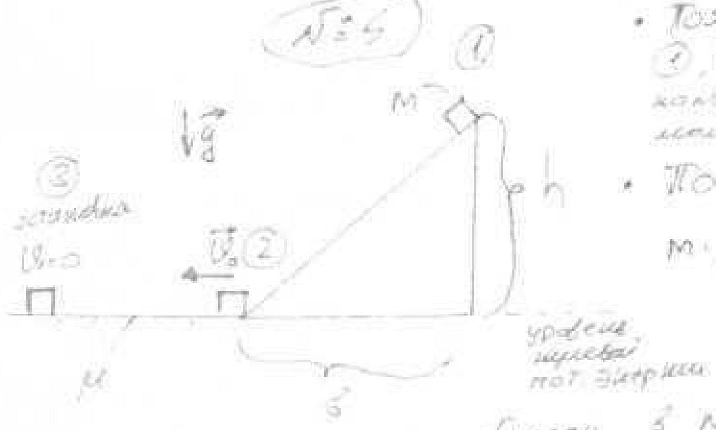
• К моменту размыкания ключа в конденсаторе запасена энергия $W_C^* = \frac{1}{2}\cdot C\cdot(U_C^*)^2 = \frac{C}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}^2\cdot R^2}{4\cdot(R+r)^2} = \frac{C\cdot\mathcal{E}^2\cdot R^2}{8(R+r)^2}$

• После размыкания ключа заряд конденсатора и напряжение на нём мгновенно не поменяются; Далее конденсатор будет разряжаться на резистор (в контуре вида )

• Значит, вся W_C^* выделится в виде теплоты после размыкания ключа;

Ответ: $W_C^* = Q = \frac{C\cdot\mathcal{E}^2\cdot R^2}{8(R+r)^2}$

№ 4



• Пояснения к обозначениям на рисунке: ①, ② и ③ – номера состояний, в которых находится брусок в разные моменты времени.

• По ЗСЭ из состояния ① в состояние ②: $m\cdot g\cdot h = \frac{m}{2}\cdot\upsilon_0^2$; $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$

• Рассмотрим брусок в произвольный момент t, когда он движется по горизонтальному участку (см. рисунок)

• По з. Амонтона-Кулона в процессе движения: $F_{тр} = \mu\cdot N = \mu\cdot mg$

• Введём ось x с началом в точке, где наклонная плоскость переходит в горизонтальный участок;

• Тогда по 2 з.Н: $m\cdot a_x = -\mu mg$; $a_x = -\mu g$

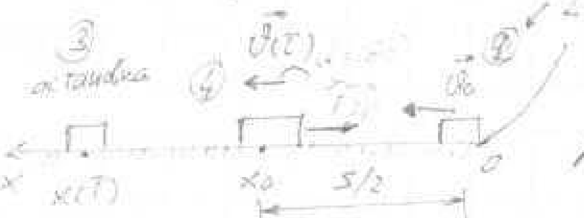
• Значит, движение вдоль оси Ox для бруска является равноускоренным и происходит по закону: $x = \upsilon_0 t - \mu g\frac{t^2}{2}$

• Пусть брусок остановился. Тогда $\upsilon = 0$. Зависимость скорости от времени при таком движении: $\upsilon(t) = \upsilon_0 - \mu g t$ ⇒

⇒ $0 = \upsilon_0 - \mu g\cdot T$; $\upsilon_0 = \mu g T$; $T = \frac{\upsilon_0}{\mu g}$, где T – время, когда брусок остановился

• Тогда до остановки брусок пройдет: $S = x(T) - x(0) = x(T) - 0 = \vartheta_0 \cdot \frac{\vartheta_0}{\mu g} - \frac{\mu g}{2} \cdot \frac{\vartheta_0^2}{\mu^2 g^2} = \frac{\vartheta_0^2}{\mu g} - \frac{\vartheta_0^2}{2\mu g} = \frac{\vartheta_0^2}{2\mu g}$;

• Значит, интересующая нас точка, находящаяся на половине расстояния от начала горизонтального участка до места остановки, имеет координату: $x_0 = \frac{S}{2} = \frac{\vartheta_0^2}{4\mu g}$



• Мощность силы трения в точке $x = x_0$ определяется как

$$N_{F_{тр}}(\tau) = \vec{F}_{тр} \cdot \vec{\vartheta}(\tau) = |\vec{F}_{тр}| \cdot |\vec{\vartheta}(\tau)| \cdot \cos\alpha = F_{тр} \cdot \vartheta(\tau) \cdot \cos(180°) = -F_{тр} \cdot \vartheta(\tau) = -\mu m g \cdot \vartheta(\tau),$$

где τ — момент времени, в который брусок достигает точки $x = x_0$

• По закону изменения энергии из (2) в (4):

$A_{тр} = \frac{m \cdot \vartheta(\tau)^2}{2} - \frac{m}{2} \cdot \vartheta_0^2$, где $A_{тр} = \sum_k F_{тр_k} \cdot \Delta x_k \cdot \cos 180° = -\mu m g \cdot \frac{S}{2} = -\mu m g \cdot \frac{\vartheta_0^2}{4\mu g} = -\frac{m\vartheta_0^2}{4}$;

$-\frac{m\vartheta_0^2}{4} = \frac{m \cdot \vartheta(\tau)^2}{2} - \frac{2m\vartheta_0^2}{4}$; $\frac{m \cdot \vartheta(\tau)^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \vartheta_0^2}{2}$; $\vartheta(\tau)^2 = \frac{1}{2}\vartheta_0^2$

$\vartheta_\tau = \frac{\sqrt{2} \cdot \vartheta_0}{2}$;

• Тогда $N_{F_{тр}}(\tau) = -\mu m g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \vartheta_0 = -\frac{\mu m g}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2gh} = -\mu m g \cdot \frac{2}{2}\sqrt{gh} = -\mu m g\sqrt{gh}$

Ответ: $N_{F_{тр}}(\tau) = -\mu m g \cdot \sqrt{gh}$

№6

• Если внутри цилиндра нет электрического поля, то электроны покоятся относительно цилиндра. А значит, электроны отн-но Земли вращаются по окружностям с угловой скоростью ω, равной уг. скорости вращения цилиндра;

• При этом электроны имеют линейную скорость $\vartheta = \omega \cdot R_0$, где R_0 — радиус окружности, по которой вращается электрон.

• При таком движении на электроны действует сила Лоренца $F_л = B \cdot |e| \cdot \vartheta = B \cdot \omega \cdot R_0 \cdot |e|$, которая по правилу левой руки направлена к центру окружности радиуса R_0 и сообщает электронам центростремительное ускорение $a_n = \frac{\vartheta^2}{R_0} = \frac{\omega^2 R_0^2}{R_0} = \omega^2 R_0$

№6 (продолжение)

• Значит, в цилиндре не будет электрического поля, если сила Лоренца будет иметь ровно такое значение, чтобы выполнялось равенство $F_Л = m_e \cdot a_n$, полученное по 2зН, где m_e – масса электрона, e – элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

• Итого: $B \cdot \omega \cdot R_0 \cdot |-e| = m_e \cdot \omega^2 \cdot R_0$, $\Rightarrow$ $B = \frac{m_e}{|-e|} \cdot \omega$

~~Вычисления~~

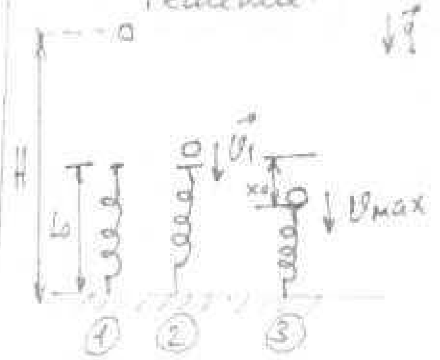
$\cancel{B = \frac{m_e}{|-e|} \cdot \omega =}$

Ответ: $B = \frac{m_e}{|e \cdot (-1)|} \cdot \omega = \frac{m_e}{|-e|} \cdot \omega = \frac{m_e}{e} \omega$

№5

Дано:
$H = 2$ м
$L_0 = 30$ см
$V_{max} = 6$ м/с
Найти: ν

Решение:



• Пояснение к рисунку: ①, ② и ③ – обозначения состояний системы „шарик + пружина" в разные моменты времени

• По ЗСЭ из ① в ②:

$m \cdot g \cdot H = m \cdot g \cdot L_0 + \frac{m \cdot V_1^2}{2}$;

$V_1 = \sqrt{2g(H - L_0)} \approx 5{,}83 \frac{м}{с} \neq V_{max}$

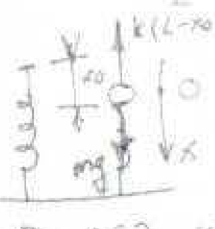
• Скорость шарика в условиях колебаний будет максимальна тогда, когда равна нулю равнодействующая приложенных к нему сил: $0 = mg - k \cdot x_0$, где x_0 – деформация пружины в момент, когда скорость шарика максимальна

$x_0 = \frac{mg}{k}$

• В процессе колебаний на систему действует единственная неконсервативная сила N реакции опоры со стороны стола, которая не совершает работы, пока конец пружины соприкасается со столом, значит, по ЗСЭ:

v?!

$\frac{m \cdot V_{max}^2}{2} + mg \cdot (L_0 - x_0) + \frac{k \cdot x_0^2}{2} = const$?



• По 2зН: $m \cdot a_x = mg - k \cdot (L - x_0 - x)$

$a_x + \frac{k}{m} \cdot x = \left(\frac{k}{m} L - \frac{k}{m} \cdot x_0 - g\right)$ – уравнение гармонических колебаний

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$

• По ЗСЭ из ① в ③: $mgH = \frac{m \cdot V_{max}^2}{2} + mg\left(L_0 - \frac{mg}{k}\right) + \frac{k}{2} \cdot \frac{m^2 g^2}{k^2}$

$mgH = \frac{m \cdot V_{max}^2}{2} + mgL_0 - \frac{m^2 g^2}{k} + \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m \cdot V_{max}^2}{2} + mg \cdot L_0 - \frac{m^2 g^2}{2k}$

$\frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m \cdot V_{max}^2}{2} + mg \cdot L_0 - mgH$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 35614

$$k = \frac{m^2 g^2}{2 \cdot \left(\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} + mgL_0 - mgH \right)} = 100 \frac{H}{м};$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 1{,}125\ c^{-1}$$

Ответ: $\nu \approx 1{,}125$ Гц

Лист 6