ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 3 | 4 | 6 | 2 |

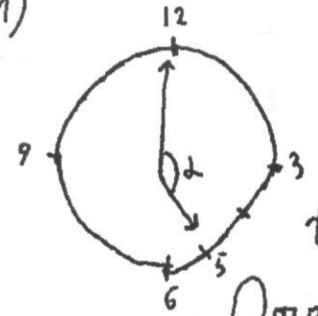
Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания СПбГЭТУ "ЛЭТИ"

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3	10	~~0~~ 8	0	20	20					~~33~~ 61	тридцать три	

~~53~~ шестьдесят один

1)



$\angle\alpha = \frac{360}{12}\cdot 5 = 150°$

$\left.\begin{array}{l} V_1 = 30°/\text{час} = 0{,}5°/\text{мин} \\ V_2 = 360°/\text{час} = 6°/\text{мин}\end{array}\right\} \Rightarrow V_{\text{дог.}} = 5{,}5°/\text{мин}$

$t = \frac{150}{5{,}5} = \frac{300}{11} = 27\frac{3}{11}\text{ мин.} = 1636\frac{4}{11}\text{ сек.}$

Ответ: $1636\frac{4}{11}$ сек.

2) $\sqrt{2018}+\sqrt{2020} = A;\ 2\sqrt{2019} = B$

$A \vee B$

$\left.\begin{array}{l}\sqrt{2018}+\sqrt{2020} \vee 2\sqrt{2019} \\ \sqrt{2018}+\sqrt{2020} > 0 \\ 2\sqrt{2019} > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow (\sqrt{2018}+\sqrt{2020})^2 \vee (2\sqrt{2019})^2$

$2018 + 2\cdot\sqrt{2018\cdot 2020} + 2020 \vee 4\cdot 2019$

$4038 + 2\sqrt{2018\cdot 2020} \vee 4\cdot 2019 \ |\cdot\frac{1}{2}$

$2019 + \sqrt{2018\cdot 2020} \vee 2\cdot 2019$

$\left.\begin{array}{l}\sqrt{2018\cdot 2020} \vee 2019 \\ \sqrt{2018\cdot 2020} > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow (\sqrt{2018\cdot 2020})^2 \vee 2019^2$

$2018\cdot 2020 \vee 2019\cdot 2019$

$2018\cdot 2019 + 2018 \vee 2019\cdot 2019$

$2019\cdot 2019 + 2018 - 2019 \vee 2019\cdot 2019$

$2018 - 2019 \vee 0$

$-1 \vee 0$

$-1 < 0 \Rightarrow \vee - < \Rightarrow \sqrt{2018}+\sqrt{2019} < 2\sqrt{2019} \Rightarrow A < B$ Ответ: $A < B$

+

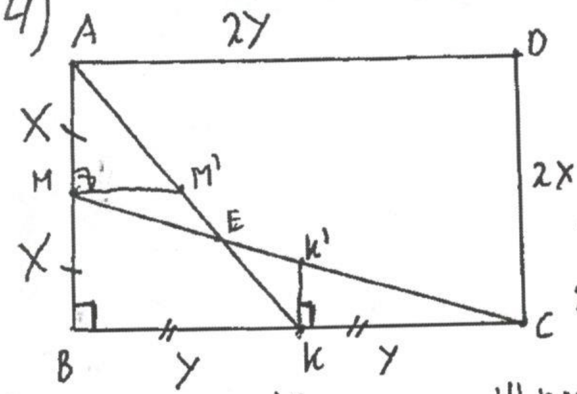
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 3 | 4 | 6 | 2 |

4)



$\frac{S_{MBEK}}{S_{AECD}}$ – ?

Решение:

1) $S_{ABCD}=4XY$

2) $S_{BAK}=S_{CBM}=\frac{1}{2}2X\cdot Y=XY$

3) п-ик $MM'\parallel BK$ и $KK'\parallel BM \Rightarrow \left.\begin{matrix} MM' \text{ – ср. лин} \\ KK' \text{ – ср. лин} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} MM_1=\frac{Y}{2} \\ KK_1=\frac{X}{2} \end{matrix}$

4)

—

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 4 6 2

5) $y=\sqrt{1-\sin^2 x}\cdot\sqrt{1+tg^2 x}\cdot\sqrt{x^2-4x+4}$; Выр-е имеет смысл при:

$\begin{cases} 1-\sin^2 x\geqslant 0 \\ 1+tg^2 x\geqslant 0 \\ x^2-4x+4\geqslant 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \cos^2 x\geqslant 0 \\ \frac{1}{\cos^2 x}\geqslant 0 \\ (x-2)^2\geqslant 0 \end{cases}$; ~~(…;+∞)~~

$\begin{cases} x\neq \frac{\pi}{2}+2\pi k \\ x\neq \frac{3\pi}{2}+2\pi k \end{cases}$ $\begin{cases} x\neq \frac{\pi}{2}+2\pi k \\ x\neq \frac{3\pi}{2}+2\pi k \end{cases}$

$\Rightarrow$ $x\neq \frac{\pi}{2}+2\pi k$

$x\neq \frac{3\pi}{2}+2\pi k$

$y=\sqrt{\cos^2 x}\cdot\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}\cdot\sqrt{(x-2)^2}$

$y=\sqrt{(x-2)^2}$

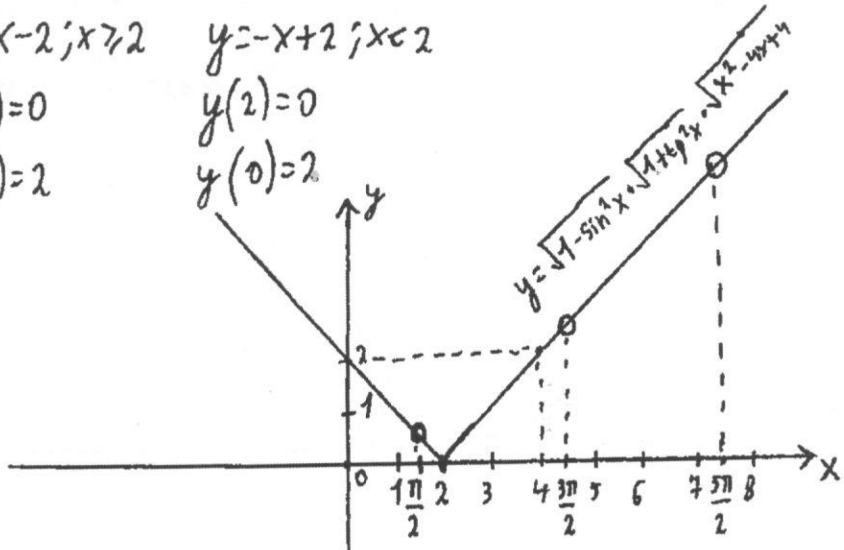
$y=|x-2|$

$y=\begin{cases} x-2; x\geqslant 2 \\ -x+2; x<2 \end{cases}$

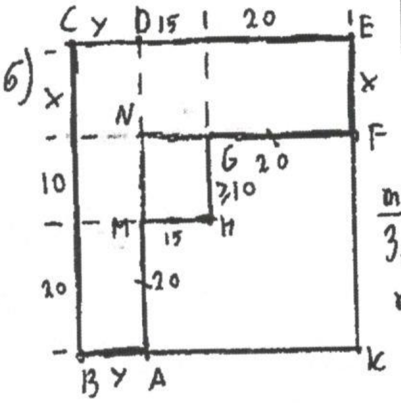
$y=x-2; x\geqslant 2$ $\quad$ $y=-x+2; x<2$

$y(2)=0$ $\quad$ $y(2)=0$

$y(4)=2$ $\quad$ $y(0)=2$



6)



$S=1600$
$MA=GF=20$
$MH=15$
$GH\geqslant 10$
$\min l$-?

Решение:

Очевидно, что l_{min} при GH_{min}, т.е $GH=10$

Пусть $BA=y$; $EF=x$, тогда

$y(x+30)+15(x+10)+20x=1600$ (см. рис)

$xy+30y+15x+150+20x=1600$

$xy+30y+35x=1450$

Заметим, что при $x=30$; $y=5$ выр-е верно $\Rightarrow EF=30$; $BA=5$

т.о:

$l=30+10+20+5+20+15+10+20+30+20+15+5=200$

$BK=20+15+5=40$

$KE=20+10+30=60$

$GH=10$

2 +

Ответ: $l_{min}=200$м; $BK=40$м; $KE=60$м; $GH=10$м

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 3 | 4 | 6 | 2 |

3) $\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$

$x^2+y^2=x^2+2xy+y^2-2xy=(x+y)^2-2xy$

Заметим, что

$\left.\begin{array}{l} x+y=a+1 \Rightarrow (x+y)^2=(a+1)^2 \\ xy=a^2-7a+16 \Rightarrow 2xy=2(a^2-7a+16) \end{array}\right\} \Rightarrow$

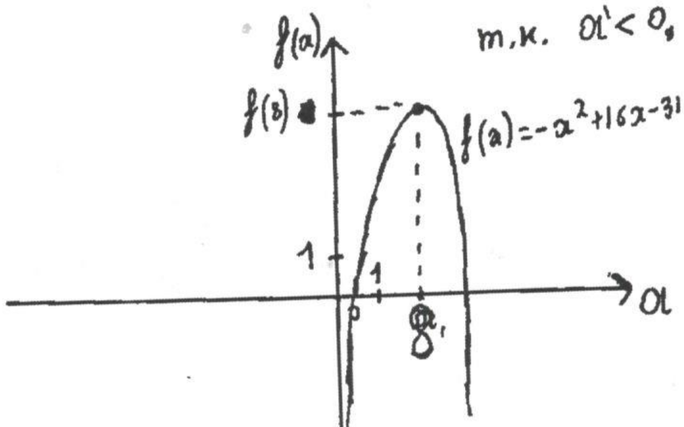
$\Rightarrow x^2+y^2=(a+1)^2-2(a^2-7a+16)$

$\exists\,(x^2+y^2)=f(a)$

$f(a)=a^2+2a+1-2a^2+14a-32$

$f(a)=-a^2+16a-31$: парабола с верш. в $\frac{-16}{-2}=8$. П-им граф. $f(a)$

т.к. $a<0$, то $f(a)_{max}=$ [redacted] $f(8)$

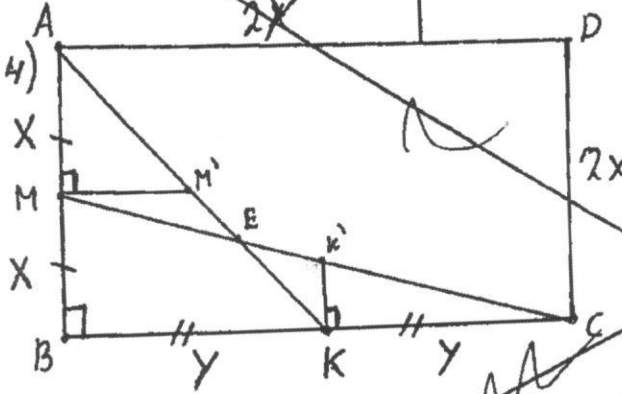


Нет решения системы относительно x

1

8б

Ответ: при $a=8$

4) 

$\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}}$ – ? 1) $\exists\, AM=x;\ BK=y$ (см. рис) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD}=4xy$; $\exists\, MM';\ KK'$ – выс. $\Rightarrow$

MM' – ср. лин; $MM'=\frac{1}{2}y$

KK' – ср. лин; $KK'=\frac{1}{2}x$

2) $S_{BAEC}=S_{AMB}+S_{CBM}=$

$=\frac{1}{2}\cdot 2y\cdot x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}y\cdot x=xy+\frac{xy}{4}=1{,}25xy$

3) $S_{BMEK}=S_{BAEC}-S_{MAE}-S_{CKE}=1{,}25xy-\frac{xy}{4}-\frac{xy}{4}=$

$=1{,}25xy-0{,}5xy=0{,}75xy$

4) $S_{AECD}=S_{ABCD}-S_{BAEC}=4xy-1{,}25xy=2{,}75xy$

5) $\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}}=\frac{0{,}75xy}{2{,}75xy}=\frac{0{,}75}{2{,}75}=\frac{3}{11}\Rightarrow S_{MBKE}=\frac{3\cdot S_{AECD}}{11}$

Ответ: S_{AECD} в $\frac{11}{3}$ раз больше S_{BMEK}