



ШИФР

4 4 5 7 6

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания СПб ГЭТУ „ЛЭТИ“

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	7	14	20	0	0	—————				46	сорок шесть	ММ

$$1) x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = \underbrace{(x^2 - 3x)^2 + (x^2 - 3x) + 1}_A + \underbrace{x^2 - x + 8}_B$$

$A \Leftrightarrow [t = x^2 - 3x] \Leftrightarrow t^2 + t + 1$ - всегда > 0 , $b = -3 < 0$, ветви вверх,
т.е. $A > 0$

$B > 0$, т.к. $b = -3 < 0$, ветви вверх

$\Rightarrow 0 + 0 \approx 0 \Rightarrow$ всегда положительно \Rightarrow нет корней

$$3) f(x) = \cos^2 x; f^{(1)}(x) = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -\sin 2x; f^{(2)}(x) = -2 \cos 2x; \\ f^{(3)}(x) = 4 \sin 2x; f^{(4)}(x) = 8 \cos 2x; f^{(5)}(x) = -16 \sin 2x \dots$$

И так далее - триг. функции будут циклически повто-
ряться (цикл - 4), знаки - тоже, а коэф. будет несо-
отно увеличиваться в 2 раза. Соответственно,

+ Ответ: $2^{2018} \sin 2x = \cancel{(\cos^2 x)^{1009}}$

4) Пусть n - кол-во инженеров, b - бетонщиков, p - плотниц
из укл.: $p = 3b, n = 3p = 9b$

Далее, очевидно, что $n + p + b = X = 36$, где X - кол-во рабочих,
владельцев 2-мя проф-ми, ведь при суммировании $(n + p + b)$
мы каждого из них посчитали ровно два раза.

Ещё мы знаем, что $X = p + 3 = 3b + 3$. Выразим всё через
 $3nb + 3b + b - 3b - 3 = 36 \Leftrightarrow b(4 + 3n) = 39 \Leftrightarrow b = \frac{39}{4 + 3n}$

Кол-во рабочих в ряд и кеделе, так что $\begin{cases} 4 + 3n = 3 \\ 4 + 3n = 13 \end{cases}$



$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{2}mv^2$

ШИФР

4 4 5 7 6

2) укл. $3 \leq n \leq 20$, где и из здорового смысла, получаем, что $1+3n = 15 \Leftrightarrow n=4 \Leftrightarrow b=3 \Leftrightarrow x=12 \Rightarrow$
 \Rightarrow Работник, владеющий одной профессией $36-x = 36-12 = 24$

2) $(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x = (\sqrt{(2-\sqrt{3})^2})^x + (\sqrt{(2+\sqrt{3})^2})^x =$
 $= (2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x$; $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$

$(2+\sqrt{3})^x + (2-\sqrt{3})^x \leq 14 \Leftrightarrow [t = 2+\sqrt{3}] \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} \leq 14 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow t^2 - 14t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow t \in [7-4\sqrt{3}; 7+4\sqrt{3}] \Leftrightarrow x \in [\frac{7}{2}; 2]$
 $(*) t^2 - 14t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{14 \pm \sqrt{196-4}}{2} = 7 \pm 4\sqrt{3}$

$\begin{cases} (2+\sqrt{3})^x = 7+4\sqrt{3} \\ (2+\sqrt{3})^x = 7-4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} (*)$

Ответ: $[\frac{1}{2}; 2]$