ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 5 1 3

Класс 9 „Л" Вариант 11 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	8	20					78	семьдесят ~~[illegible]~~ восемь	

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 5 1 3

№1

Пусть $n=2016$, тогда

$$A=\sqrt{2013\cdot2015\cdot2017\cdot2019+16}=\sqrt{(n-3)(n-1)(n+1)(n+3)+16}=$$

$$=\sqrt{(n^2-9)(n^2-1)+16}=\sqrt{n^4-10n^2+9+16}=\sqrt{n^4-10n^2+25}=\sqrt{(n^2-5)^2}=$$

+

$$=n^2-5=2016^2-5=4064256-5=4064251$$

5

№3

$$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$$

$$x^4+12x^2+24=4x(x^2+6)$$

$$(x^2+6)^2-12=4x(x^2+6)$$

$$(x^2+6)(x^2+6-4x)=12$$ +

$f_1(x)=x^2+6$ минимальное значение $=6$ при $x=0$

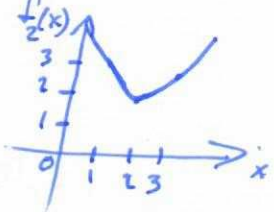
$f_2(x)=x^2+6-4x$

$D=-8$

$x_B=2$

$f_2(x_B)=2$

x	1	3
y	3	1



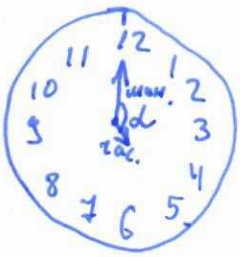
минимальное значение $=2$ при $x=2$ +

Отсюда следует, что $(x^2+6)(x^2+6-4x)=12$ только в том случае, если $x=0$ и $x=2$ одновременно, но т.к. это невозможно, то уравнение не имеет решений.

15

ШИФР 33513

№2



Пусть $\vartheta_ч$ - скорость часовой стрелки.

$$\vartheta_ч = \frac{360^\circ}{12ч} = 30 \frac{\text{градусов}}{\text{час}}$$

Пусть $\vartheta_м$ - скорость минутной стрелки.

$$\vartheta_м = \frac{360^\circ}{1ч} = 360 \frac{\text{град}}{\text{час}}$$

Пусть $x_ч$ - начальное положение часовой стрелки.

Т.к. ровно 5 часов, то $x_ч = \alpha = \frac{360 \cdot 5}{12} = 150^\circ$

Пусть $x_м$ - начальное положение минутной стрелки. Т.к. 0 минут, то $x_м = 0^\circ$

Так как время их движения равно, то $t_ч = t_м = t$

Т.к. минутная стрелка догонит часовую, то составим уравнение:

$$t_ч \cdot \vartheta_ч + x_ч = t_м \vartheta_м + x_м$$

$$30t + 150^\circ = 360t + 0^\circ$$

$$30t - 360t = -150^\circ$$

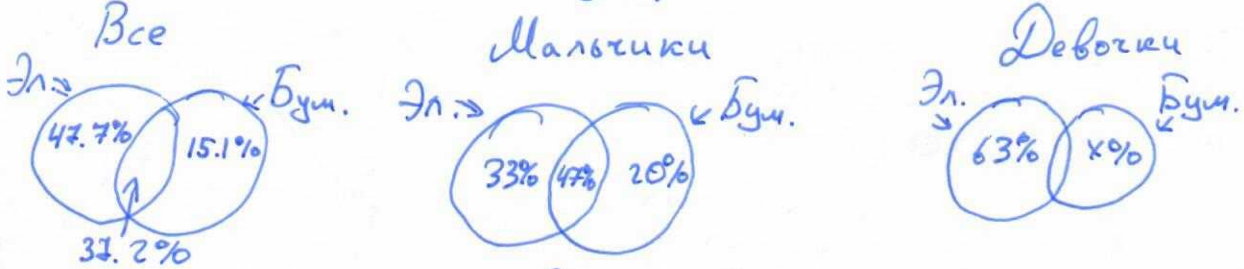
$$-330t = -150$$

$$t = \frac{15}{33} ч$$

Ответ: $\frac{15}{33}$ часа.

+ 10

№4



Пусть x% - кол-во % девочек, предпочитающих бумажные книги.

Пусть kold - кол-во девочек, kolm - кол-во мальчиков.

$$47.7\% \cdot (kold + kolm) = 33\% \cdot kolm + 63\% \cdot kold$$

$$14.7\, kolm = 15.3\, kold$$

$$kolm = \frac{153}{147} kold$$

+

$$15.1\% (kolm + kold) - 20\% kolm - x\% \, kold = 0$$

$$-4.9\, kolm + kold \cdot (15.1 - x) = 0$$

$$\frac{-4.9 \cdot 153}{147} kold + (15.1 - x) kold = 0$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 3 | 5 | 1 | 3 |

$(-5.1+15.1-x)\,kold=0$

$(10-x)\,kold=0$

т.к. $kold \neq 0$, то $10-x=0$

$x=10$

(7)

Ответ: 10 %

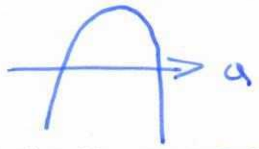
№5

$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2+2a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$

$x^2+y^2+2a^2-14a+32=a^2+2a+1$

$x^2+y^2=-a^2+16a-31$

$f(a)=-a^2+16a-31$ – парабола, имеющая график,



так как коэффицент перед a^2 меньше 0.

Найдем вершину, т.к. в ней функция принимает наибольшее значение:

$a_B=\frac{-16}{-2}=8$

Подставляем в уравнение:

$x^2+y^2=-64+128-31$

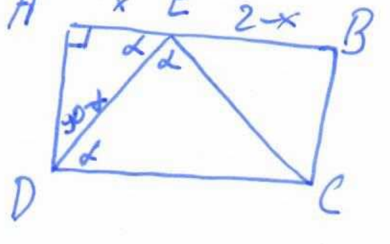
$x^2+y^2=33$

Ответ: ~~33~~

См. усл. $\exists$ действ. реш.?

(8)

№6



Дано: $AB=2$; $BC=\sqrt{3}$; $\angle AED=\angle DEC=\alpha$

$\angle BAD=\angle ADC=\angle DCB=\angle ABC=90^\circ$ (т.к прямо-

$AD=BC$; $AB=CD$ | угольник $ABCD$)

Решение:

1) По теореме о сумме углов треугольника:

$180^\circ=\angle DAE+\angle AED+\angle ADE$

$180^\circ=90+\alpha+\angle ADE$

$\angle ADE=90-\alpha$

2) т.к. $\angle ADC=90^\circ$, то $\angle ADC=\angle ADE+\angle EDC$

$90^\circ=90^\circ-\alpha+\angle EDC$

$\angle EDC=\alpha$

3) $\left.\begin{matrix}\angle EDC=\alpha \\ \angle DEC=\alpha\end{matrix}\right| \Rightarrow \triangle CDE$ – равнобедренный ✓

$DC=EC$.

4) Пусть $AE=x$, тогда $EB=2-x$

5) По th Пифагора: $EC^2=EB^2+BC^2$

$4-4x+x^2-4+3=0$

$x^2-4x+3=0$

подходит $\to x=1$ $x=3$ $\leftarrow$ не подходит, т.к. $AB>AE \Leftrightarrow AE<2$?

Ответ: 1

Только 1 случай

(20)