ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 9 2 4

Класс 9а **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	2	15	20	10	20					72	семьдесят два	

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 9 2 4

Задание 1.

Решение: представим число 2013·2017·2017·2019 как

$2013\cdot 2019\cdot 2015\cdot 2017=(2016^2-9)(2016^2-1)=2016^4-10\cdot 2016^2+9$. тогда

$A=\sqrt{2016^4-10\cdot 2016^2+9+16}=\sqrt{2016^4-10\cdot 2016^2+25}=\sqrt{(2016^2-5)^2}=2016^2-5$, ⇒

$$\begin{array}{r} \times 2016 \\ 2016 \\ \hline 12096 \\ 2016 \\ 4032 \\ \hline 4064256 \end{array}$$

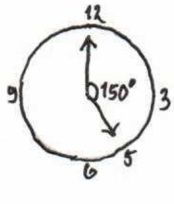
$4064256-5=4064251$.

Ответ: 4064251

5

Задание 2.

Решение: скорость минутной стрелки на циферблате $v_м=\frac{360°}{60\,мин}=6°/мин$, $v_ч$ – скорость часовой в $\cancel{60}$ 24 раз меньше (она проходит циферблат за $\frac{24ч}{1ч}=24$ раза медленнее), т.е. $6°/мин : 24 = 0{,}25°/мин$. По условию, S – расстояние между ними равно $\frac{360°}{12ч}\cdot 5ч=150°$ (угол между стрелками). Поэтому время $t=\frac{S}{v_м-v_ч}$ (догоняет) $=\frac{150°}{(6-0{,}25)°/мин}=\frac{150}{5{,}75}$ мин $=\frac{600}{23}$ мин $=$



$$\begin{array}{r|l} 600 & 23 \\ -46 & 26{,}08690\ldots \\ 140 & \\ -138 & \\ 200 & \\ -184 & \\ 160 & \\ -138 & \\ 220 & \\ -207 & \\ 3\ldots & \end{array}$$

$=26{,}08690\ldots\approx 26{,}0869$ мин $\approx 26{,}1$ мин или ≈ 1566 с.

Ответ: $\approx 26{,}1$ мин или ≈ 1566 с.

2

Задание 3.

Дано: ① $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

② $x^4-4x^3+4x^2+8x^2-24x+18+6=0$

③ $x^2(x^2-4x+4)+2(4x^2-12x+9)+6=0$

④ $x^2(x-2)^2+2(2x-3)^2+6=0$.

15

Т.к. $x^2(x-2)^2\geq 0$, $2(2x-3)^2\geq 0$, $6>0$, то

④ >0, а по условию она $=0$, противоречие, ⇒ ④, как и ① (то же самое) не имеет решений, ч.т.д.

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 3 | 9 | 2 | 4 |

Задание 4.

Решение: Пусть девочек y, мальчиков x, детей $x+y$, а искомое число (сколько % девочек предпочитают бумажные книги) в виде десятичной дроби: a.

Известно, что (по электр. книгам)

$0{,}63y+0{,}33x=0{,}477(x+y)$

коэффициенты при y, x, $x+y$ — это данные в условии задачи проценты, выраженные в виде десятичных дробей.

$0{,}630y+0{,}330x=0{,}477x+0{,}477y$

$0{,}630y-0{,}477y=0{,}477x-0{,}330x$

$0{,}153y=0{,}147x$

$x=\dfrac{0{,}153y}{0{,}147}=\dfrac{153y}{147}=\dfrac{51y}{49}$ +

Также известно, что (по бумажным книгам)

$0{,}2x+ay=0{,}151(x+y)$

$0{,}2x+ay=0{,}151x+0{,}151y$ +

$0{,}049x=y(0{,}151-a)$ | подставляем $\frac{51y}{49}$ вместо x

$0{,}049\cdot\dfrac{51y}{49}=y(0{,}151-a)$ | $:y$

$\dfrac{51\cdot 0{,}0\cancel{49}^{01}}{\cancel{49}}=0{,}151-a$

$0{,}051=0{,}151-a$, $\Rightarrow a=0{,}151-0{,}051=0{,}1$, или 10%.

Ответ: 10% +   20

Задание 5.

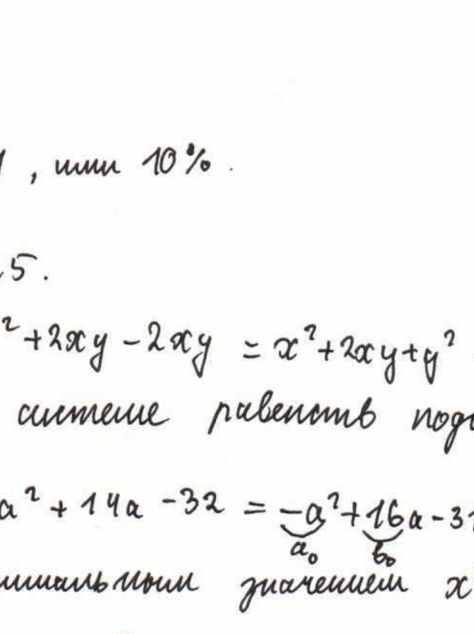
Решение: представим x^2+y^2 как $x^2+y^2+2xy-2xy=x^2+2xy+y^2-2xy=$
$=(x+y)^2-2xy$. Из данной в условии системы равенств подставляем:

$x^2+y^2=(a+1)^2-2(a^2-7a+16)=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=\underset{a_0}{\underline{-a}}^2+\underset{b_0}{\underline{16}}a-31$ – парабола ветви вниз,
$\Rightarrow$ её исходная точка $(x_0;y_0)$ будет максимальным значением x^2+y^2, где
$x^2+y^2=y_0$, ~~а2~~ а $x_0=\dfrac{-b_0}{2a_0}=\dfrac{-16}{-2\cdot 1}=8$, $y_0=-8^2+16\cdot 8-31=33$. $\Rightarrow$
$x^2+y^2\leq 33$ ∄, $x^2+y^2=33$ при $a=8$

Ответ: ~~8~~   график параболы:

∃ действ. корней?

10



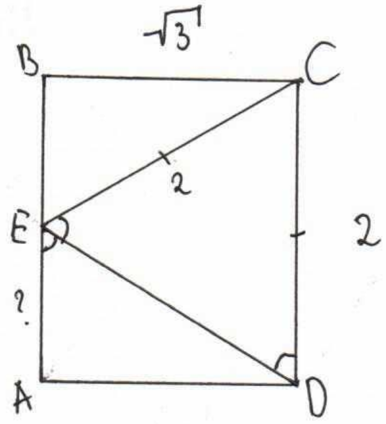
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 9 2 4

Задание 6.



Дано: прямоугольник ABCD.
$AB=CD=2$, $BC=AD=\sqrt{3}$ (по св-ву прям-ка)
т. $E \in AB$ $\angle AED=\angle DEC$.

Найти: AE

Решение: Т.к. ABCD – прямоугольник, то $AB \parallel CD$, $\Rightarrow$ $\angle CDE=\angle AED$ как внутренние накрест лежащие. Т.к. по условию $\angle AED=\angle DEC$, то и $\angle CDE=\angle DEC$ (на рисунке отлично) $\Rightarrow$ $\triangle CED$ (, в состав которого входят два эти угла,) – равнобедренный. $\Rightarrow$ $EC=CD=2$.

Рассмотрим $\triangle BEC$. Т.к. $\angle B=90°$ (прямой), $\underset{\text{катет}}{BC=\sqrt{3}}$, $\underset{\text{гипотенуза}}{EC=2}$, то по $\triangle$ Пифагора
$BE=\sqrt{EC^2-BC^2}=\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=\sqrt{4-3}=\sqrt{1}=1$, $\Rightarrow$ $\overset{AE}{\cancel{ED}}=AB-BE=2-1=1$.

Ответ: $AE=1$

1 случай 20