

ШИФР

3 7 6 7 8

Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания учав. ии. Н.Е. Барман

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	2	10	20					62	шестьдесят два	

Задача 1.

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{2 \cdot 1006 \cdot 2 \cdot 1007 \cdot 2 \cdot 1008 \cdot 2 \cdot 1009 + 16} =$$

$$= \sqrt{16 (1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1)} = 4 \sqrt{1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1}$$

Введем замену переменной $1006 = t$

$$A = 4 \sqrt{t \cdot (t+1) \cdot (t+2) \cdot (t+3) + 1} = 4 \sqrt{(t^2 + 3t) \cdot (t^2 + 3t + 2) + 1}$$

Введем замену переменной $t^2 + 3t = b$

$$A = 4 \sqrt{b(b+2) + 1} = 4 \sqrt{b^2 + 2b + 1} = 4 \sqrt{(b+1)^2} =$$

$$= 4 \cdot (b+1)$$

$$b = t^2 + 3t$$

$$A = 4 \cdot (t^2 + 3t + 1)$$

$$t = 1006$$

$$A = 4 \cdot (1006^2 + 3 \cdot 1006 + 1) = 4(1012036 + 3018 + 1) =$$

$$= 4 \cdot 1015055 = 4060220$$

(5)

Ответ: $A = 4060220$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

3 7 6 7 8

Задача 2.

На часах 60 равных "отрезков". Один "отрезок" = 1 минуте.

У минут. стрелки = 1 "отрезок" минут.

У часовой стрелки = $\frac{1}{12}$ "отрезок" минут. т.к за один час

часовая стрелка проходит 5 "отрезков".

В начале (в 3 часа) минутная стрелка была на 0 "отрезках", а часовая на 15 "отрезках". Расстояние между ними 15-0 = 15 отрезков.

Ускорение = $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ "отрезок" минут.

$$15 : \frac{11}{12} = \frac{15 \cdot 12}{11} = \frac{180}{11} = 16 \frac{4}{11} \text{ минут.}$$

Ответ: $16 \frac{4}{11}$ минут. стрелки догонит часовую.

Задача 3

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0 \quad | : x^2, \text{ т.к } x^2 \neq 0 \text{ т.к тогда}$$

$$x^2 - 6x + 11 - \frac{4}{x} + \frac{9}{x^2} = 0$$

$9 = 0$ это
невозможно.

Продолжаем в виде

$$\frac{1}{9} (9x^2 + \frac{4}{x^2}) - \frac{4}{9x^2} + \frac{9}{x^2} + 11 - 2(3x + \frac{2}{x}) = 0$$

$$\frac{1}{9} (13x^2 + (\frac{2}{x})^2 + 12 - 12) + \frac{81-4}{9x^2} - 2(3x + \frac{2}{x}) + 11 = 0$$

$$(3x + \frac{2}{x})^2 - \frac{4}{3} + \frac{47}{9x^2} - 2(3x + \frac{2}{x}) + 11 = 0$$

Согласно условию задачи.

$$t = 3x + \frac{2}{x}$$

$$t^2 - 2t + 9\frac{1}{3} + \frac{47}{9x^2} = 0$$

$$t^2 - 2t + 9\frac{1}{3} = -\frac{47}{9x^2} +$$

$$t^2 - 2t + 9\frac{1}{3} \text{ всегда } > 0$$

Т.к. это $D < 0$, а коэффициент перед t^2 положительный.

$-\frac{47}{9x^2}$ всегда < 0 , т.к. $47 > 0$, $9x^2 > 0$, $x \neq 0$, а
линейный коэффициент перед t равен нулю.

Поэтому, что $t^2 - 2t + 9\frac{1}{3} = -\frac{47}{9x^2}$
положительное отрицательное

положительная конструкция не может быть равна
отрицательной, значит данное уравнение
невозможно, следовательно оно не
имеет действительных корней. Ч.т.д.

15

Ответ: невозможно.

Задача 5.

x, y, a действительные числа.

$$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2 = (a-1)^2 \\ xy = a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2 = a^2-2a+1 \\ xy = a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = a^2-2a+1-2xy \\ xy = a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$x^2+y^2 = a^2-2a+1-2(a^2-7a+14)$$

$$x^2+y^2 = a^2-7a+14$$

Рассмотрим левые уравнения.

$$x^2+y^2 = a^2-2a+1-2a^2+14a-28$$

$$x^2+y^2 = -a^2+12a-27$$

x^2+y^2 максимальное при $-a^2+12a-27$ максимальном.

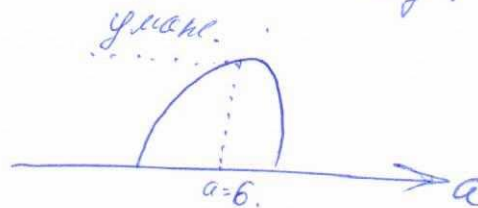
Графиком $y = -a^2+12a-27$ параболы, ветви вниз.

y макс в начале. $a_0 =$

$$a_0 = \frac{-12}{-2} = 6 \checkmark$$

$$y = -36 + 72 - 27 = 9$$

$$x^2+y^2 \text{ макс} = 9$$



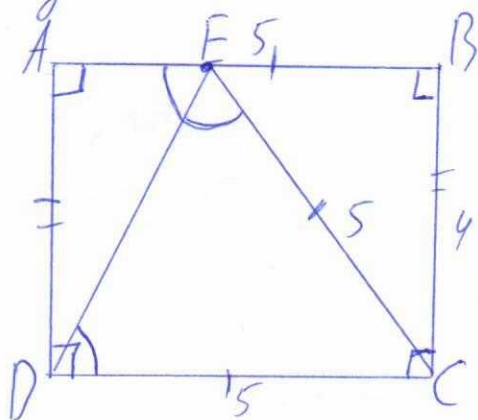
7 действ. корней?

10

Ответ: при $a=6$ x^2+y^2 принимает
максимальное значение $(x^2+y^2=9)$

лист №4

Задача 6



$$AB = DC = 5; AD = BC = 4. \text{ т.к.}$$

$ABCD$ — прямоугольник.

$$\angle AED = \angle DEC \text{ по условию.}$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, \text{ т.к.}$$

$ABCD$ — прямоугольник.

$AB \parallel DC$, т.к. $ABCD$ — прямоугольник.

$\angle AED = \angle EDC$, т.к. противолежащие углы при двух параллельных прямых.

$$\angle AED = \angle EDC = \angle DEC.$$

Рассмотрим $\triangle DEC$

т.к. $\angle DEC = \angle EDC$ $\triangle DEC$ равнобедрен.

$$DC = EC = 5. \text{ т.к. } \triangle DEC \text{ равнобедрен.}$$

Рассмотрим $\triangle BEC$,

он прямоугольный, т.к. $\angle B = 90^\circ$

$$EB^2 = EC^2 - BC^2$$

$$EB^2 = 5^2 - 4^2 = 3^2$$

$$EB = 3$$

— теорема Пифагора.

$$AE = AB - EB = 5 - 3 = 2$$

$$AE = 2$$

Только 1 решение!

(20)

Ответ: $AE = 2$.

Лист №5.

ШИФР

3 7 6 7 8

Задача 4

x - мальчиков

y - девочек

z - всего

$$\begin{cases} 234y + 531x = 4772 \\ 523z = 766y + 469x \\ x + y = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 234y + 531x = 4772 \\ 766y + 469x = 523z \\ y + x = z \end{cases}$$

$$766y - 234y + 469x - 531x = 523z - 4772$$

$$\begin{cases} 532y - 62x = 462 \\ y + x = z \end{cases}$$

$$y = z - x$$

$$532z - 532x - 62x = 462$$

$$594x = 486z$$

$$z = \frac{594x}{486} = \frac{296}{243}x$$

?

2