

ШИФР

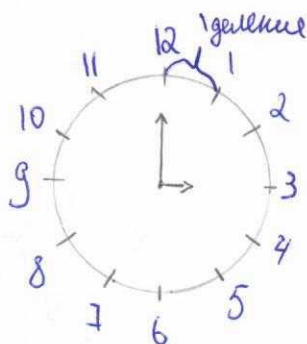
3 8 4 1 0

Класс 9А Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	1	10	10	10	10	20					61	шестьдесят один	

N2



За 1 час минутная стрелка
проходит 12 делений, а часовая

1 деление, тогда $\underline{\text{в мин.ст.}} = 12 \frac{\text{дел}}{\text{ч}}$, а
 $\underline{\text{в ч.ст.}} = 1 \frac{\text{дел}}{\text{ч}}$

$$\underline{\text{в мин.ст.}} \text{ стрелок} = 12 \frac{\text{дел}}{\text{ч}} - 1 \frac{\text{дел}}{\text{ч}} = 11 \frac{\text{дел}}{\text{ч}}$$

Изначальное расстояние между стрелками

3 деления, тогда время через которое мин.ст.

догонит ч.ст. равно $\frac{3}{11} (\text{ч}) = \frac{180}{11} (\text{мин})$

Ответ: $\frac{3}{11} (\text{ч})$ или $\frac{180}{11} (\text{мин})$ (+) (10)

N3

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

это приведенное уравнение 4 степени, а

Приведенное уравнение 4 степени имеет корни тогда и только
тогда когда его можно разложить на произведение
двух квадратных трехчленов с целыми коэффициентами и
старшими коэффициентами равными 1.

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \quad a, b, c, d \in \mathbb{Z}$$

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = x^4 + (a+c)x^3 + (a+b+ac)x^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\begin{cases} a+c = -6 \\ a+b+ac = 11 \\ ad+bc = -4 \\ bd = 9 \end{cases}$$

1

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3 8 4 1 0

$$1) \begin{cases} b=1 \\ d=9 \\ a=-6-e \\ a+1-6-e+1+(-6-e)e=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=1 \\ d=9 \\ a=-6-e \\ -6-e-6e-e^2=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=1 \\ d=9 \\ a=-6-e \\ c^2+7c+16=0 \end{cases}$$

$$c^2+7c+16=0$$

$$D=49-64 < 0$$

корней нет

$$2) \begin{cases} b=9 \\ d=1 \\ a=-6-e \\ -6-e+9+(-6-e)e=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=9 \\ d=1 \\ a=-6-e \\ -6-e-6e-e^2=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=9 \\ d=1 \\ a=-6-e \\ c^2+7c+8=0 \end{cases}$$

$$c^2+7c+8=0$$

$$D=49-32=17$$

$$c = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

значит $c \notin \mathbb{Z}$, но $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$
решений нет

ШИФР

3 8 4 1 0

$$3) \begin{cases} b = -1 \\ d = -9 \\ a = -6 - e \\ -6 - e - 1 + (-6 - e)c = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -1 \\ d = -9 \\ a = -6 - e \\ -c^2 - 7c - 6 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -1 \\ d = -9 \\ a = -6 - e \\ -c^2 - 7c - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\cancel{c^2 + 7c + 18 = 0}$$

$$D = 49 - 72 < 0$$

корней нет

$$4) \begin{cases} b = -9 \\ d = -1 \\ a = -6 - e \\ -6 - e - 9 + (-6 - e)c = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -9 \\ d = -1 \\ a = -6 - e \\ -c^2 - 7c - 6 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -9 \\ d = -1 \\ a = -6 - e \\ -c^2 - 7c - 26 = 0 \end{cases}$$

$$\cancel{c^2 + 7c + 26 = 0}$$

$$D = 49 - 104 < 0$$

корней нет

значит $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$ не имеет решений

т. м. г.

почему
abcd только
целые?

(10)

ШИФР

3 8 4 1 0

N5

$$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2-2a+1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=a^2-2a+1-2xy \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=a^2-2a+1-2a^2+14a-28 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=-a^2+12a-27 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\cancel{y = -b^2 - 7b + 7} \quad y = -b^2 + 12b - 27 \quad \checkmark$$

1) Графиком функции является парабола, ветви направлены вниз т.к. старший коэффициент меньше 0.

2) значит $y = -b^2 + 12b - 27$ принимает ~~б~~ наибольшее значение в вершине. $b_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{-2} = 6$

$$b = a$$

$$a = 6$$

Ответ: при $a = 6$

Здесь сов. реш.?

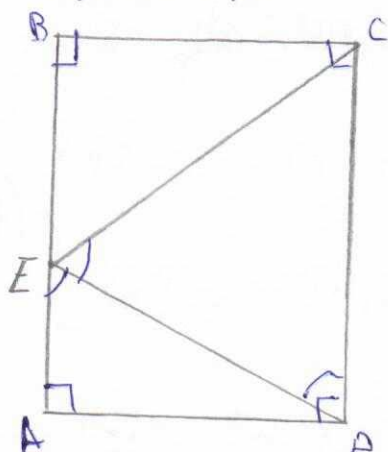
10

№ 6

Дано: $ABCD$ - прямоугольник $AB = 5$ $BC = 4$

$E \in AB$ $\angle AED = \angle DEC$

Найти: AE



1) Пусть $BE = x$, а $\angle AED = \alpha$, тогда

$AE = 5 - x$, а $\angle DEC = \alpha$

2) $\triangle ECD$: $\angle EDC = 90^\circ - \alpha$ (по сумме углов в треугольнике)

$\angle EDC = \angle D - \angle EDA = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$

$\angle DEC = \alpha$

$\angle CED = \alpha$, значит $\angle BCE = \angle CED$, значит

$\triangle ECD$ - равнобедренный, тогда

$EC = CD = 5$

3) $\triangle EBC$: $\angle B = 90^\circ$

По теореме Пифагора:

$$BC^2 + BE^2 = EC^2$$

$$16 + x^2 = 25$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$x = -3$ не удовлетворяет условию задачи, значит

$x = 3$, тогда $AE = 5 - x = 5 - 3 = 2$

$AE = 2$

Ответ: $AE = 2$

5

Только 1 случай
(20)

ШИФР

3 8 4 1 0

NI

x - всего детей

y - ~~малышков~~ девочек

z - ~~малышков~~

$$1) \begin{cases} 47,7x = 23,4y + 53,1z \\ 46,9z = 52,3x - 76,6y \end{cases} \quad +$$

$$\begin{cases} z = \frac{52,3x - 76,6y}{46,9} \\ 47,7x = 23,4y + \frac{53,1(52,3x - 76,6y)}{46,9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{52,3x - 76,6y}{46,9} \\ 2237,13x = 1097,46y + 2777,13x - 1067,46y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{52,3x - 76,6y}{46,9} \\ y = \frac{2x}{11} \quad \checkmark \end{cases} \quad +$$

$$\begin{cases} 46,9z = 52,3x - \frac{153,2x}{11} \\ y = \frac{2x}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{442,1x}{11 \cdot 46,9} \\ y = \frac{2x}{11} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$2) 15x - 28,5y = k \quad \cancel{X}$$

$$15x - \frac{57x}{11} = k \quad z$$

$$\frac{108x}{11} = k \quad z$$

$$\frac{108x}{11} = k \cdot \frac{442,1x}{11 \cdot 46,9}$$

$$k = \frac{108x \cdot 11 \cdot 46,9}{442,1x \cdot 11}$$

$$k = \frac{5065,2}{442,1}$$

$$k = 11 \frac{2400}{442,1}$$

$$k \approx 11,5$$

$$\text{Ответ: } 11 \frac{2400}{442,1} \% \approx 11,5\%$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3	8	4	1	0
---	---	---	---	---

N1

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{16 \cdot 8 \cdot 503 \cdot 126 \cdot 1007 \cdot 1009 + 16} =$$

$$= 4\sqrt{8 \cdot 503 \cdot 126 \cdot 1007 \cdot 1009 + 1} = 4\sqrt{103033668025} =$$

$$= 4\sqrt{25 \cdot 4121396433} = 20\sqrt{4121396433}$$

1

7