



$E = mc^2$



ШИФР

4 0 4 7 2

Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.19.

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	0	10	15	10	10	30						75	семьдесят пять	

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

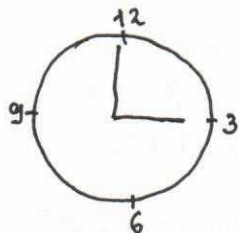
$$v = \frac{c}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4	0	4	7	2
---	---	---	---	---

~ 2



Когда часы показывают ровно 3 часа, угол между стрелками равен  $90^\circ$ . Пусть  $\omega_1$  - угловая скорость минутной стрелки, а  $\omega_2$  - часовой.

$$\omega_1 = \frac{360^\circ}{12} = \frac{360^\circ}{60 \text{ мин}} = 6 \text{ град/мин}$$

$$\omega_2 = \frac{360^\circ}{12 \cdot 60 \text{ мин}} = 0,5 \text{ град/мин}$$

Тогда, ур-я движения стрелок имеют вид:

$$\varphi_1 = 6t$$

$$\varphi_2 = 90^\circ + 0,5t$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - углы поворота,  
 $t$  - искомое время

Когда минутная стрелка догонит часовую,  $\varphi_1 = \varphi_2$ , т.е.:

$$6t = 90^\circ + 0,5t$$

$$5,5t = 90^\circ \Rightarrow t = \frac{180}{11} \text{ мин} = 16 \frac{4}{11} \text{ мин}$$

Ответ:  $16 \frac{4}{11}$  мин

(10)

~ 3

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 2x^2 - 4x + 2 + 7 = 0$$

$$x^2(x^2 - 6x + 9) + 2(x^2 - 2x + 1) + 7 = 0$$

$$x^2(x-3)^2 + 2(x-1)^2 + 7 = 0$$

$$x^2 \geq 0$$

$$(x-3)^2 \geq 0 \text{ - по стр. квадрата}$$

$$(x-1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-3)^2 + 2(x-1)^2 \geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2(x-3)^2 + 2(x-1)^2 + 7 \geq 7$$

$\Downarrow$

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 \geq 7$$

$\Downarrow$

ур-е не имеет решений, т.т.д.

(15)

~ 4

Пусть  $a$  - кол-во мальчиков в городе,  $b$  - кол-во девочек.

Пусть  $100x$  - процент мальчиков, предпочитающие книги в

бумажной форме, тогда  $100\% - 53,1\% - 100x = 46,9\% - 100x$  -

процент мальчиков, которым безразлично, в каком формате

книги.

Таким образом, справедлива система ур-ий:

$$\begin{cases} 0,531a + 0,234b = 0,477(a+b) \\ 0,285b + xa = 0,15(a+b) \\ 0,481b + (0,469-x)a = 0,373(a+b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,054a = 0,243b \\ 0,135b = 0,15a - xa \\ 0,108b + 0,096a - xa = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 54a = 243b & (1) \\ 135b = 150a - 1000xa & (2) \\ 108b + 96a - 1000xa = 0 \end{cases} \text{ Из (1) и (2): } \frac{54a}{243} = \frac{150a - 1000xa}{135} \Rightarrow x = \frac{3116}{24300} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100x = \frac{3116}{243} = 12 \frac{200}{243} \%$$

Последнее ур-е не понадобилось для решения задачи

Ответ:  $12 \frac{200}{243} \%$

10

$$\begin{cases} x+y = a-1 \\ xy = a^2 - 7a + 14 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (a-1)^2 - 2(a^2 - 7a + 14) = a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 28 = -a^2 + 12a - 27$$

График - парабола; ветви вниз  $\Rightarrow$  максимальное значение принимает в вершине. В вершине  $a$  принимает значение  $\frac{-12}{-2} = 6$

Ответ: 6  $\exists$  действ. реш.? 10

✓ 6

Дано: ABCD - трапец.; AB=5; BC=4; E  $\in$  прямой AB;

$\angle AED = \angle DEC$

Найти: AE - ?

Решение:

1) ~~Допустим, что E  $\in$  отрезку AB.~~

AB || CD (т.к. ABCD - трапец.)

2)  $\angle AED = \angle EDC$  (н/л при AB || CD и сек. CD)

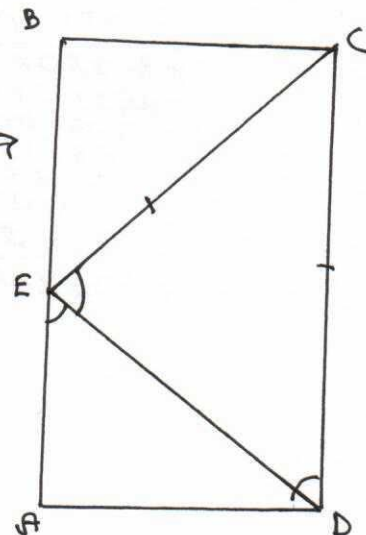
$\angle AED = \angle DEC$  (по усл.)

$\Downarrow$

$\angle EDC = \angle DEC \Rightarrow \triangle ECD - \text{нб} \subset \text{осн. ED} \Rightarrow EC = CD$

3)  $\begin{cases} AB = CD \text{ (т.к. ABCD - трапец.)} \\ EC = CD \end{cases} \Rightarrow EC = AB = 5$

если E лежит на отрезке AB





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 4 7 2

4) Если точка E лежит на отрезке AB, то  $BE = AB - AE$ , в противном случае  $BE = AE - AB \Rightarrow BE = |AB - AE|$  справедливо для всех случаев

5) В обоих случаях образуется  $\triangle BEC$ .

$\angle CBE = 90^\circ$  (угол прямоугольника)

По теореме Пифагора:

$$EC^2 = BE^2 + BC^2$$

$$25 = (|AB - AE|)^2 + 16$$

$$(AB - AE)^2 = 9$$

$$(5 - AE)^2 = 9$$

$$|5 - AE| = 3$$

$$\begin{cases} 5 - AE = 3 \\ 5 - AE = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 - AE = 3 \\ 5 - AE = -3 \end{cases}$$

$\begin{cases} AE = 2 \text{ (точка E лежит на отрезке AB)} \\ AE = 8 \text{ (точка E не лежит на отрезке AB)} \end{cases}$

$\begin{cases} AE = 2 \text{ (точка E лежит на отрезке AB)} \\ AE = 8 \text{ (точка E не лежит на отрезке AB)} \end{cases}$

$\sqrt{1}$

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{4^2 (1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1)} =$$

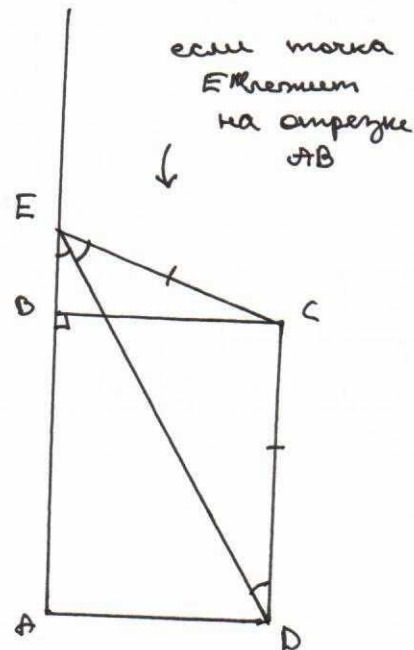
$$= 4 \sqrt{(1000+6) \cdot 1007 \cdot (1000+8) \cdot 1009 + 1} = 4 \sqrt{(1007000+6042) (1009000+8072) + 1} =$$

$$= 4 \sqrt{1013042 \cdot 1017072 + 1} =$$

$$= 4 \sqrt{130336653025} =$$

$$= 4 \sqrt{5^2 \cdot 41213466121} =$$

$$= 20 \sqrt{41213466121}$$



30

$$\begin{array}{r} 1013042 \\ \times 1017072 \\ \hline 2026084 \\ 7091294 \\ 0000000 \\ 7091294 \\ 1013042 \\ 0000000 \\ 1013042 \\ \hline 130336653024 \end{array}$$