ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

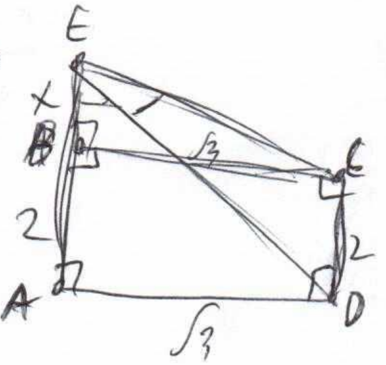
ШИФР 4 0 6 2 3

Класс 9 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	10	10	15					65	шестьдесят пять	

6.



BE = x

BC = √3

AB = 2

∠AED = ∠DEC

AE = ?

$EC = \sqrt{x^2+3}$

Рассмотрим треугольники AED и DEC. У них один и тот же угол, а значит их площади относятся как произведения их сторон, прилегающих к этому углу.

$$\frac{S_{\Delta DEC}}{S_{\Delta AED}} = \frac{EC \cdot ED}{AE \cdot ED} \Rightarrow \frac{\frac{2\cdot\sqrt{3}}{2}}{\frac{\cancel{\sqrt{3}\cdot(2+x)}}{2}} = \frac{\sqrt{x^2+3}}{\cancel{x+2}} \Rightarrow \sqrt{x^2+3} = 2$$

$x^2+3=4$

$x=1 \Rightarrow AE = AB+x = 2+1=3$

Ответ: 3. !

Только 1 случай!

15

4б. В данном случае M_0 и $Ж_0$ – мальчики и девочки, которые опоздали, или им всё безразлично.

$Ж=\frac{147M}{153}$? Как получено? См. дальше!

$\frac{M_0}{M}=\frac{47}{100}$

$$\frac{M_0+Ж_0}{M+Ж}=37{,}2 \Rightarrow \frac{\frac{47}{100}M+Ж_0}{\frac{100}{51}\cancel{\frac{300}{153}}M}=37{,}2 \Rightarrow Ж_0=\frac{\cancel{37{,}2}^{124}\cdot\cancel{300}^{100}}{\cancel{153}\cdot51}M-\frac{47}{100}M=$$

$\frac{Ж_0}{Ж}-?$

$$=M\left(\frac{\overset{124}{\cancel{37{,}2}}\cdot\overset{\overset{17}{10}}{\cancel{30}}}{\underset{17}{\cancel{153\cdot51}}}-\frac{47}{100}\right)=$$

$$=M\left(\frac{124000-47\cdot17}{1700}\right)=$$

$$\frac{Ж_0}{Ж}=\frac{\frac{124000-47\cdot17}{\cancel{1700}\cdot100}}{\frac{147}{\cancel{17}\cdot9}}=\frac{123199\cdot9}{147\cdot100}=27\frac{2}{51}\approx27{,}4$$

Ответ: 27,4

⑩

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 6 2 3

5.

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(a+1)^2-2a^2+14a-32=$

$=-a^2+16a-31=-(a^2-16a+31)=-((a-8)^2-33)=$

$=-(a-8)^2+33.$

$y=-(a-8)^2+33$ – ограниченная сверху функция, парабола, смотрящая ветвями вниз. Наибольшее значение такая функция принимает в своей вершине, а значит при $a=8 \Rightarrow y=33$.

Ответ: $a=8$. ∃ действ. корней? ⑩

Ч.а	Мальчики	Девочки	Все
Эл.	33	63	47,7
Бум.	20		15,1
Без.	47		37,2

М – кол-во мальчиков

Х – кол-во девочек

M_0 – мальчики, которые ответили, что им нравятся электронные книги.

X_0 – девочки, которые ответили тоже самое.

$\frac{M_0+X_0}{M+X}=\frac{47,7}{100}$; $\frac{M_0}{M}=\frac{33}{100}$ $\frac{X_0}{X}=\frac{63}{100}$ $\Rightarrow$ $\frac{33M+63X}{M+X}=47,7 \Rightarrow$

$\Rightarrow 33M+63X=47,7M+47,7X \Rightarrow 14,7M=15,3X \Rightarrow X=\frac{147M}{153}$ | всего учен- $-\frac{300}{153}M$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 6 2 3

3. $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

Мы сразу видим, что $x=0$ — не решение!; значит я могу делить на x.

Делю уравнение на x^2

$$x^2-4x+12-\frac{24}{x}+\frac{24}{x^2}=0$$

$$(x-2)^2+8-24\left(\cancel{x-1}\,\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)=0$$

$$(x-2)^2=24\left(\frac{x-1}{x^2}\right)-8$$

$$(x-2)^2=8\left(\frac{3x-3}{x^2}-\frac{x^2}{x^2}\right)$$

$$(x-2)^2=-8\left(\frac{x^2-3x+3}{x^2}\right)$$

$$\begin{tikzcd}
 & & \cancel{4x}\ x^2-3x+3 \arrow[dl] \arrow[dr] & & x^2 \arrow[d] \\
 & D<0 \arrow[dr] & & a>0 \arrow[dl] & \text{всегда} >0 \arrow[ddl] \\
 & & \text{всегда} >0 \arrow[dr] & & \\
(x-2)^2 \arrow[d] & & & \dfrac{x^2-3x+3}{x^2}>0\ ! \arrow[d] & \\
\text{всегда} \geq 0 \arrow[drr] & & & -8\cdot\left(\dfrac{x^2-3x+3}{x^2}\right)<0. \arrow[dl] & \\
 & & \text{ТАКОГО НЕ МОЖЕТ БЫТЬ!} & &
\end{tikzcd}$$

⑮

Доказано

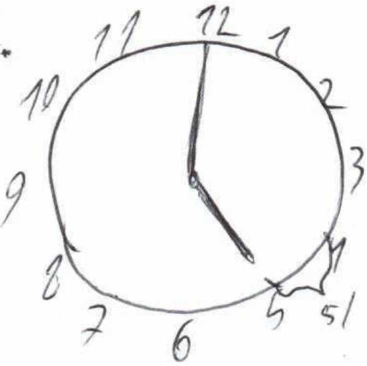
ШИФР 40623

1. $\sqrt{2013\cdot2015\cdot2017\cdot2019+16} = \sqrt{(2016-3)(2016-1)(2016+1)(2016+3)+16} = \sqrt{(2016^2-1)(2016^2-9)+16}$; $a=2016^2$

$\sqrt{(a-1)(a-9)+16} = \sqrt{a^2-a-9a+9+16} = \sqrt{a^2-10a+25} =$

$= \sqrt{(a-5)^2} = a-5.$

Ответ: $2016^2-5=4064251$. (+)

2. 

Придумаем величину l.

l – это расстояние, которое на часах характеризуется одной минутой, то есть минутная стрелка за час проходит 60·l, а часовая – 5l.

В 5 часов расстояние от часовой до минутной стрелки равно 5·5l=25l, получаем задачу на догонку.

$V_ч = 5l/_ч$; $V_м = 60l/_ч$; $S=25l$.

$t = \frac{S}{V_м-V_ч} = \frac{25l}{55l} = \frac{5}{11}$ часа.

(10)

Ответ: $\frac{5}{11}$ часа. (+)