

Класс 9 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	15	5	5	30						70	семьдесят	

~~13~~

~~$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$~~

~~$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x^2 - 24x + 24 + x^2 = 0$$~~

~~$$x^2(x^2 - 4x + 4) + 8(x^2 - 4x + 4) + 2x^2 = 0$$~~

3

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x^2 - 24x + 24 + 2x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 4x + 4) + 6(x^2 - 4x + 4) + 2x^2 = 0$$

$$(x^2 + 6)(x - 2)^2 + 2x^2 = 0$$

$$\begin{cases} (x^2 + 6)(x - 2)^2 = 0 \\ 2x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6 = 0 \\ (x - 2)^2 = 0 \\ 2x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -6 \text{ (невозможно)} \\ x - 2 = 0 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (невозможно)} \Rightarrow \text{Решений нет}$$

15

ШИФР 

4	1	0	6	1
---	---	---	---	---

№5

$$\begin{cases} x+y = a+1 \\ xy = a^2 - 5a + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = (a+1)^2 \\ xy = a^2 - 5a + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = a^2 + 2a + 1 \\ 2xy = 2a^2 - 14a + 32 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 + 2a + 1 - 2xy \\ 2xy = 2a^2 - 14a + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = -a^2 + 16a - 31 \\ 2xy = 2a^2 - 14a + 32 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = -a^2 + 16a - 31$  ✓ (5)

$a_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{16}{-4} = 4 \Rightarrow$

∃ корней?

Ответ: Сумма  $x^2 + y^2$  имеет наибольшее знач. при  $a = 4$

№1

$A = \sqrt{2013 \cdot 2015 \cdot 2017 \cdot 2019 + 16}$

Пусть  $2013 = t \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \sqrt{t \cdot (t+2) \cdot (t+4) \cdot (t+6) + 16} = \sqrt{(t^2 + 6t) \cdot (t^2 + 6t + 8) + 16}$

Пусть  $t^2 + 6t = q \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \sqrt{q \cdot (q+8) + 16} = \sqrt{q^2 + 8q + 16} = \sqrt{(q+4)^2} = q+4$

$A = t^2 + 6t + 4 = (t+2)^2 + 2t = 2015^2 + 4026 = 4060225 + 4026 = 4064251$

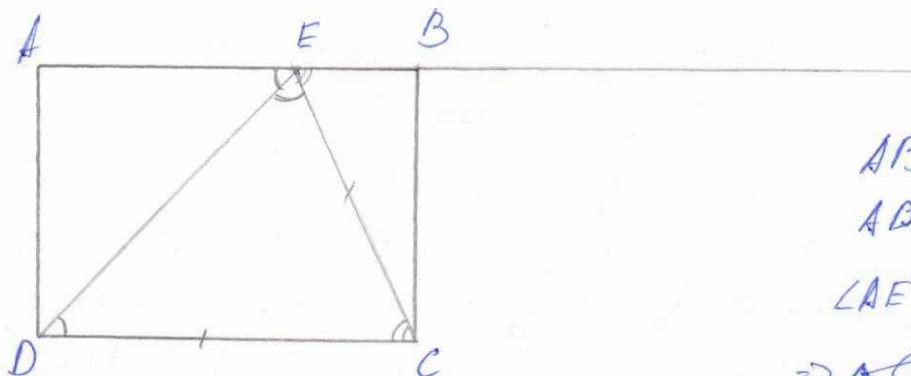
Ответ:  $A = 4064251$  (4) (5)

ШИФР

4 1 0 6 1

№6

а) Пусть  $E$  находится между  $A$  и  $B$



$$AB = CD = 2$$

$$AD = BC = \sqrt{3}$$

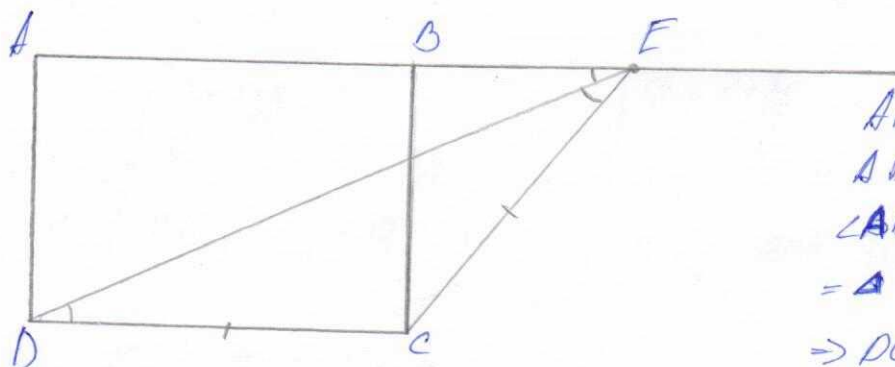
$$\angle AED = \angle EDC = \angle DEC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle EDC - \text{равноб.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EC = DC = 2 \quad \neq$$

$$EB = \sqrt{EC^2 - BC^2} = \sqrt{4 - 3} = 1 \Rightarrow$$

б) Пусть  $E$  лежит дальше от  $A$  и  $B$   $\Rightarrow AE = AB - EB = 2 - 1 = 1$



$$AB = CD = 2$$

$$AD = BC = \sqrt{3}$$

$$\angle AED = \angle EDC = \angle DEC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle EDC - \text{равноб.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DC = CE = 2 \quad \neq$$

$$BE = \sqrt{EC^2 - BC^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$$

$$AE = AB + BE = 2 + 1 = 3$$

Ответ: а)  $AE = 1$  б)  $AE = 3$

(30)



ШИФР

4 1 0 6 1

№4

Пусть  $a$  - все дети  
 $x$  - Мальчики  
 $y$  - девочки

$z$  - процент девочек, читающих  
бумажный формат

$$\begin{cases} a = x + y \\ 0,477a = 0,33 \cdot x + 0,63y \\ 0,151a = 0,2x + z \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x + y \\ 0,477x + 0,477y = 0,33x + 0,63y \\ 0,151a = 0,2x + z \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = x + y \\ 0,147x = 0,153y \\ 0,15a = 0,2x + z \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x + y \\ 0,147x = 0,153y \checkmark \\ 0,15x + 0,15y = 0,2x + z \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = x + y \\ 0,147x = 0,153y \\ 0,15y - z \cdot y = 0,05x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x + y \\ x = \frac{153}{147} y \checkmark \\ 0,15y - 0,05 \cdot \frac{153}{147} y = z \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow z = 0,15 - 0,05 \cdot \frac{153}{147} = 0,15 - \frac{765}{14700} = \frac{15 \cdot 147 - 765}{14700} = \frac{2205 - 765}{14700} = \frac{1440}{14700}$$

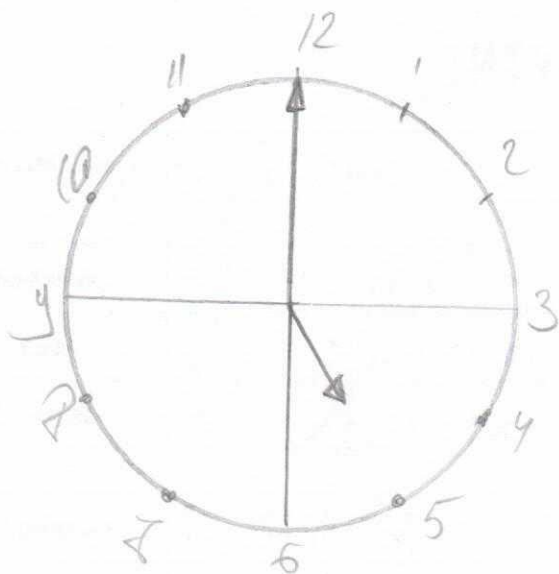
Ответ:  $z = \frac{144}{1470}$

5

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 1 0 6 1



Пусть

$x = 1$  - расстояние между часами

$y$  - расстояние  $\leftarrow$ , которое пройдет часовая стр. до встречи

$\sigma_1$  - ск-ть часов

$\sigma_2$  - ск-ть мин  $\checkmark$

$$\frac{x}{\sigma_1} = \frac{12x}{\sigma_2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{\sigma_2}{5x+y} = \frac{\sigma_1}{y} \quad \checkmark$$

$$\frac{12}{5+y} = \frac{1}{y}$$

$$12y = 5+y$$

$$11y = 5$$

$$y = \frac{5}{11}$$

Ответ:  $y = \frac{5}{11}$   $\oplus$

$$\sigma_2 \cdot 14 = 12 \Rightarrow$$

$$\sigma_2 = 12 \quad \checkmark$$

$y$  - кол-во времени ~~двух стрелок~~

Расстояние  $x = 1$  между часами равно времени затрач. на пересечь стрелок

$\oplus$