

ШИФР

4 1 2 3 4

Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	10	20					80	восемьдесят	

№ 1

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16}$$

Пусть $n = 2012$, тогда

$$A = \sqrt{n(n+2)(n+4)(n+6) + 16} = \sqrt{(n^2+6n)(n^2+6n+8) + 16}$$

Пусть $t = n^2 + 6n$, тогда

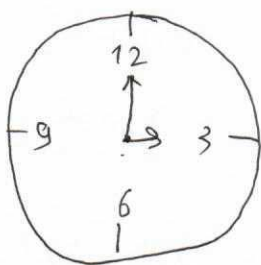
$$A = \sqrt{t(t+8) + 16} = \sqrt{t^2 + 8t + 16} = \sqrt{(t+4)^2} = |t+4|$$

П.к. $2012 > 0 \Rightarrow n > 0 \Rightarrow t > 0 \Rightarrow A = t+4$

$$A = t+4 = n^2 + 6n + 4 = n(n+6) + 4 = 2012 \cdot 2018 + 4 = 4(1006 \cdot 1009 + 1) = 4060220$$

Ответ: $A = 4060220$

№ 2



S - ширина окр.

$T_{мин}$ - время, за которое минутная стрелка делает полный оборот.

$T_{час}$ - время, за которое часовая стрелка делает полный оборот.

$v_{мин}$ - скорость минутной стрелки.

$v_{час}$ - скорость часовой стрелки.

T - время, за которое минутная догонит часовую.

$$T_{час} = 12 \text{ ч}$$

$$T_{мин} = 1 \text{ ч}$$

$$T_{час} = 12 T_{мин}$$

ШИФР

4	1	2	3	4
---	---	---	---	---

$$v_{мин} = \frac{S}{T_{мин}}; v_{час} = \frac{S}{T_{час}}$$

Расстояние между начальными положениями стрелок равно $\frac{1}{4}S$. Составим ур-е.

$$v_{мин} \cdot t = \frac{1}{4}S + v_{час} \cdot t$$

$$\frac{S}{T_{мин}} t = \frac{1}{4}S + \frac{S}{T_{час}} t$$

$$\frac{t}{T_{мин}} - \frac{t}{T_{час}} = \frac{1}{4}$$

$$t \left(\frac{1}{T_{мин}} - \frac{1}{12T_{мин}} \right) = \frac{1}{4}$$

~~$$t \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{4}$$~~

$$t \left(\frac{11}{12T_{мин}} \right) = \frac{1}{4}$$

$$t = \frac{3 \cdot 12T_{мин}}{11 \cdot 12} = \frac{3}{11} \cdot 14 = \frac{3}{11} \cdot 4$$

Ответ: минимальная стрелка доходит к часовому через $\frac{3}{11} \cdot 4$. ✓ 10

14

Пусть все мужчины — а

все женщины — б

все дети — и

~~кг~~ прозвук мальчиков в бм. фармате, злмтмт на 100 — г

ШИФР

4 1 2 3 4

Составим см-из ур-ий:

$$0,477n = 0,234b + 0,531a \quad (1)$$

$$0,285n = y \cdot a + 0$$

$$0,15n = 0,285b + y \cdot a \quad (2) \quad \Leftrightarrow$$

$$0,373n = 0,481b + (0,469 - y)a \quad (3)$$

$$n = a + b \quad (4)$$

Рассмотрим ур-е (1) с заменой n из ур-ия (4).

$$0,477a + 0,477b = 0,234b + 0,531a$$

$$0,243b = 0,054a \quad | \cdot 1000$$

$$243b = 54a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{54}{243} \quad (5) \quad \checkmark$$

Рассмотрим ур-е (2) с заменой n из ур-ия (4).

$$0,15a + 0,15b = 0,285b + y \cdot a$$

$$ya = 0,15a - 0,135b$$

$$y = \frac{0,15a - 0,135b}{a}$$

$$y = 0,15 - 0,135 \cdot \frac{b}{a}$$

Значения $\frac{b}{a}$ из (5).

$$y = 0,15 - 0,135 \cdot \frac{54}{243} = 0,15 - \frac{135 \cdot 54}{1000 \cdot 243} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2}{9 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1000} = 0,12 = 12\%$$

Ответ: 12%. $\checkmark$

н 5

$$\begin{cases} x+y = a-1 \quad (1) \\ xy = a^2 - 7a + 14 \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = (a-1)^2 \quad (1) \\ 2xy = 2a^2 - 14a + 28 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2): (x+y)^2 - 2xy = (a-1)^2 - 2a^2 + 14a - 28$$

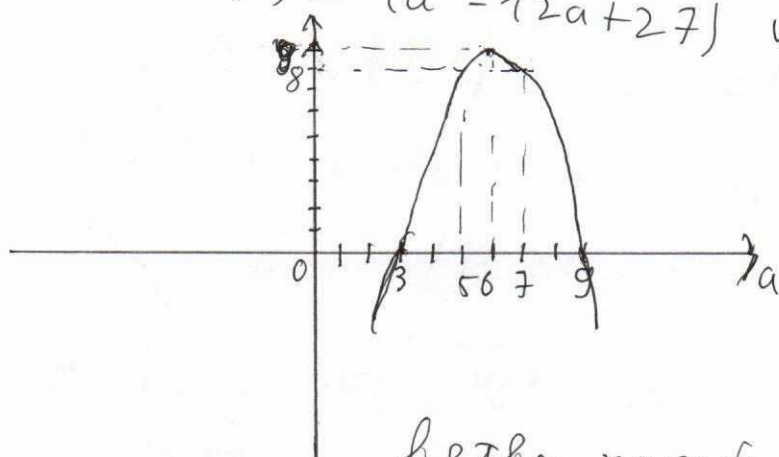
$$x^2 + y^2 = a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 28 = -a^2 + 12a - 27$$

$$x^2 + y^2 = -(a^2 - 12a + 27)$$

~~$$x^2 + y^2 = -(a-3)(a-9)$$~~

Можно построить график функции

$f(a) = -(a^2 - 12a + 27)$ и найти наибольшее значение!



a	3	4	5	6	7	8	9
b	0	0	8	9	8	0	0

~~$$ab = \frac{12}{2} = 6$$~~

$$ab = \frac{-12}{-2} = 6$$

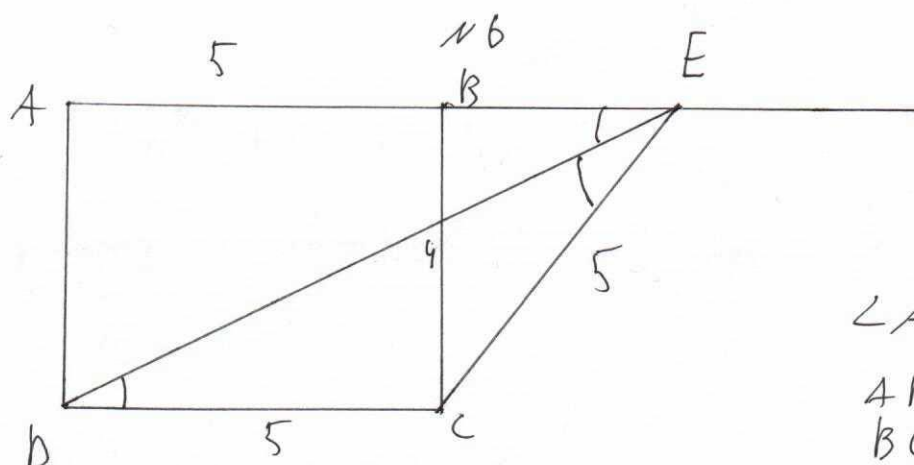
ветви параболы направлены вниз,
значит, наибольшее значение будет ~~при a=6~~
9.

$$9 = -(a^2 - 12a + 27) = -(36 - 72 + 27) = 9$$

Ответ: наибольшее значение будет при $a=6$.

Э действ. решение?

10



$ABCD$ - прямоугольник.

$AE = ?$

$$\angle AEB = \angle BEC$$

$$AB = 5$$

$$BC = 4$$

$\angle EDC = \angle BEA = \angle BEC$ (как накрест лежащие при параллельных прямых AE и DC , и секущей BE). $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EDC = \angle BEA = \angle BEC \Rightarrow \triangle DCE$ - равнобедренный

$$(\angle EDC = \angle BEC) \Rightarrow DC = EC$$

$DC = AB$ (т.к. $ABCD$ - прямоугольник по условию).

$$DC = EC = AB = 5$$

$$\star BE = \sqrt{EC^2 - BC^2} \text{ (из т. Пифагора)}$$

$$BE = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$AE = BE + AB = 3 + 5 = 8$$

Ответ: 8. Только 1 случай (20)

УЗ

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

~~$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x^3 + 11x^2 - 4x = -9$$~~

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x = -9$$

$$x^4 - 6x^3 + (x-2)^2 - 4 + 10x^2 = -9$$

$$x^2(x^2 - 6x + 10) + (x-2)^2 = -5$$

$$x^2((x-3)^2 + 1) + (x-2)^2 = -5 \quad \textcircled{+}$$

Аналогичным образом, получается, что левая часть всегда будет ~~большее~~ неотрицательной, т.к. $x^2 \geq 0$; $(x-3)^2 + 1 \geq 1$; $(x-2)^2 \geq 0$.

$\Rightarrow$ левая часть будет ≥ 0 , а $-5 < 0 \Rightarrow$ ч.т.с.

$\textcircled{15}$