

ШИФР

4 1 4 5 3

Класс 9 Ж Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ им. БАУМАНА

| Задача | 1 | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | $\Sigma$ |               | Подпись |
|--------|---|----|---|----|----|----|---|---|---|----|----------|---------------|---------|
|        |   |    |   |    |    |    |   |   |   |    | Цифрой   | Прописью      |         |
| Оценка | 0 | 10 | 3 | 20 | 10 | 30 |   |   |   |    | 73       | семьдесят три |         |

нб.

ABCD - трапеция

$$AB=5$$

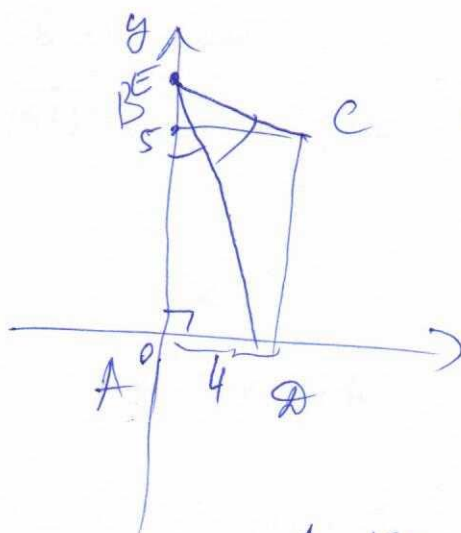
$$BC=4$$

$$E \in AB$$

$$\angle AED = \angle AEC$$

$$AE = ?$$

1) Введем ПСК с началом в A:



в таком случае  
TE будет находиться  
на прямой AB  $\Rightarrow$  на OY

$$2) \exists E(x; 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3) \text{ Рассмотрим}$$

$\Delta$ -ки AED и AEC. У них:

$$\angle AED = \angle AEC \text{ (по усл.)}$$

3) Н. с. с. где  $\Delta AED$ :

$$AD^2 = AE^2 + ED^2 - 2AE \cdot ED \cdot \cos \alpha$$

$$4^2 = x^2 + 16 + x^2 - 2 \cdot x \cdot \sqrt{16 + x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$2x \sqrt{16 + x^2} \cdot \cos \alpha = 2x^2 + 16 - 4^2 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$x \sqrt{16 + x^2} \cdot \cos \alpha = x^2 \quad (1)$$

$$AD = BC = 4$$

$$AE = x$$

$$ED = \sqrt{16 + x^2}$$

(из т. Пиф где  
 $\Delta AED$ )

№6 (чужая)

4) для cos  $\alpha$  в  $\triangle AEC$ :

$$AC^2 = EA^2 + EC^2 - 2EA \cdot EC \cdot \cos \alpha$$

$$5^2 = 16 + x^2 + (x-5)^2 + 4^2 - 2\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16} \cdot \cos \alpha$$

$$\left( \begin{aligned} AC &= AB = 5 \\ EA &= \sqrt{16+x^2} \\ EC &= \sqrt{(x-5)^2+4^2} \end{aligned} \right.$$

уг.  $\alpha$  в  $\triangle BEC$ )

$$5^2 = 16 + x^2 + 4^2 - 10x + 25 + 4^2 - 2\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16} \cdot \cos \alpha$$

$$5^2 = 2x^2 - 10x + 57 - 2\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16} \cdot \cos \alpha$$

$$2\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16} \cdot \cos \alpha = 2x^2 - 10x + 32 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{x\sqrt{16+x^2} \cdot \cos \alpha}{2\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16} \cdot \cos \alpha} = \frac{x^2}{2x^2 - 10x + 32} \quad \left| \cdot 2 \cdot \frac{1}{x} \right. \\ \left. (x \neq 0) \right.$$

$$\frac{\sqrt{16+x^2}}{\sqrt{16+x^2}\sqrt{(x-5)^2+16}} = \frac{x}{x^2 - 5x + 16}$$

$$\Rightarrow x\sqrt{(x-5)^2+16} = x^2 - 5x + 16$$

$$\Rightarrow x^2((x-5)^2+16) = (x^2-5x+16)(x^2-5x+16)$$

$$16x^2 + x^4 - 10x^3 + 25x^2 = x^4 - 5x^3 + 16x^2 - 5x^3 + 25x^2 - 5 \cdot 16x + 16x^2 - 5 \cdot 16x + 16^2$$

$$0 = 16x^2 - 160x + 16^2 \quad \left| \frac{1}{16} \right.$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x-8)(x-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=8 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AE=8 \\ AE=2 \end{cases}$$

Ответ:  $AE=8$  или  $AE=2$ .

(30)



ШИФР

4 1 4 5 3

№5

$$\begin{cases} x+y=a-1 & | \text{(возведем в кв.)} \\ xy=a^2-7a+14 & | :2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2-2a+1 & | \text{ (1)} \\ 2xy=2a^2-14a+28 & | \text{ (2)} \end{cases}$$

вычтем из (1) (2):

$$\begin{aligned} x^2+2xy+y^2-2xy &= a^2-2a+1 - 2a^2+14a-28 \\ x^2+y^2 &= -a^2+12a-27 \quad \checkmark \end{aligned}$$

квадратичная ф-ция от  
a; ветви ~~в~~ вниз  $\Rightarrow$  max на  
вершине

по ф-ле вершины находим:

$$\begin{aligned} a_{\text{в}} &= \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow \text{при } a=6 \quad x^2+y^2 = -36+12 \cdot 6-27 = 9 \\ &\Rightarrow x^2+y^2 \text{ принимает наиб. значение} \\ &\text{при } a=6. \quad \checkmark \end{aligned}$$

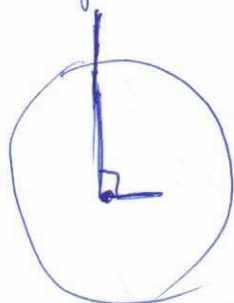
Ответ: ~~a=6~~ Действительно? 10

ШИФР

4 1 4 5 3

№2

когда 3 часа:

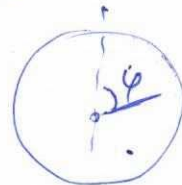


запишем уравнение изменения угла с  
положением часовой стрелки в 12:00:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$$

$$\varphi_{\text{час}}(t) = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{12} \cdot t$$

$$\varphi_{\text{мин}}(t) = 0 + \frac{2\pi}{6} \cdot t \quad \checkmark$$



когда мы стрелка достигнет час. стрелки, то  $\varphi_{\text{час}} = \varphi_{\text{мин}}$

$$\varphi_{\text{час}}(t_{\text{встр}}) = \varphi_{\text{мин}}(t_{\text{встр}})$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \cdot t_{\text{встр}} = 2\pi \cdot t_{\text{встр}} \quad \checkmark; \quad [t_{\text{встр}}] = \text{часы}!$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} t_{\text{встр}} = 2 t_{\text{встр}} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{2} = 1\frac{5}{6} t_{\text{встр}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{11}{6} t_{\text{встр}}$$

$$t_{\text{встр}} = \frac{3}{11} \text{ часа.}$$

Ответ: через  $\frac{3}{11}$  часа

(+) (10)



ШИФР

4 1 4 5 3

N4

Пусть кон-во детей -  $X$ , тогда

кон-во девочек -  $Y \Rightarrow$  мальчиков -  $X - Y$

$$\underline{X} \cdot 0,477 = Y \cdot 0,234 + (X - Y) \cdot 0,531$$

(кон-во детей, прочитав. электрон. книги)

$$\underline{X} \cdot 0,477 = 0,234 Y + \underline{X} \cdot 0,531 - 0,531 Y$$

$$(0,531 - 0,234) Y = \underline{X} (0,531 - 0,477)$$

$$0,297 Y = \underline{X} \cdot 0,054 \Rightarrow \frac{\underline{X}}{Y} = \frac{297}{54} = \frac{33}{6} = \frac{11}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Y} = \frac{2}{11} \underline{X} \Rightarrow \text{мальчиков } \frac{9}{11} \underline{X}$$

кон-во детей, прочитав. суммар. ф-ты;

(пусть  $Z$  - ~~количество~~ мальчиков, прочитав. суммар. ф-ты)

$$0,15 \underline{X} = 0,285 \cdot \frac{2}{11} \underline{X} + Z \cdot \frac{9}{11} \underline{X} \quad | \cdot \frac{1}{\underline{X}}$$

$$0,15 = 0,285 \cdot \frac{2}{11} + Z \cdot \frac{9}{11} \quad | \cdot 11 \cdot 1000$$

$$1650 = 285 \cdot 2 + 9Z \cdot 1000$$

$$1080 = 9Z \cdot 1000$$

$$Z = \frac{1080}{9 \cdot 1000} = \frac{120}{1000} = 0,12 \Rightarrow$$

Ответ: в суммар. ф-те прочитав.  $\Rightarrow$  мальчиков 12% ✓

21

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 503 \cdot 1007 \cdot 1009 + 16} =$$
  

$$= 2^2 \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 503 \cdot 1007 \cdot 1009 + 1} = 4 \sqrt{\dots}$$

$$1007 \cdot 1009 = \begin{array}{r} 1016063 \\ \times \quad 503 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3048189 \\
 + 0000000 \\
 + 5080315 \\
 \hline
 \times 511079689 \\
 \begin{array}{r}
 5665577823 \\
 3577557823 \\
 \hline
 1154 \\
 \times 32198020407 \\
 \hline
 16 \\
 193188122442 \\
 + \\
 \hline
 193188122442
 \end{array}
 \end{array}$$

$$= \sqrt{2012(2012+2)(2012+4)(2012+6)}$$

2012 = ~~4~~ X

$$= \sqrt{x(x+2)(x+4)(x+6)+16} =$$

$$2 \sqrt{x^2 + 2x(x+4)(x+6) + 16}$$

$$= \sqrt{(x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 8x)(x+6) + 16}$$

$$= \sqrt{x^4 + 6x^3 + 4x^3 + \cancel{2x^3} + 8x^2 + 8}$$

$$N^3 \quad x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 8 = 0$$

испр. есть ~~разложения~~ ~~вызв~~

~~$$\begin{aligned}
 &x^4 + dx^3 + ex^2 + bx^3 + bdx + bex + cx^2 + cd x + ce = \\
 &x^4 + x^3(d+b) + x^2(e+c) + x(bd+be) + (bd+be+cd) + ce = 0
 \end{aligned}$$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} d+b = -6 \\ bd+bc+cd = -4 \\ e+c = -11 \\ ce = 9 \end{cases}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

4 1 4 5 3

из (продолж.)

$$x^4 + 11x^2 + 9 - (6x^3 + 4x) = 0$$

$$11x^2 - 4x + 9 + x^3(x-6) = 0$$

(1)

(2)

$11x^2 - 4x + 9 > 0$  всегда; мин 3-ий в  $x_6 =$

(1):  $11x^2 - 4x + 9 > 0 \Rightarrow$  всегда больше 0,  
наим наим 3-ий в  $x_6$

$$x_6 = \frac{4}{22} \Rightarrow \text{мин 3-ий} = 11 \cdot \frac{4^2}{22^2} - 4 \cdot \frac{4}{22} + 9 > 9$$

(2):  $x^3(x-6) \neq 0 = x^2(x^2-6x)$  А (т.к.  $\frac{4^2}{22^2} < 1$ )

$x^2$  - всегда  $> 0$ ,  $x^2 - 6x$  - наим 3-ий в  $x_6 = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow$   
наим  $= 9 - 18 = -9 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2(x^2-6x) + 11x^2 - 4x + 9$  - никогда не будет мен-  
ше 0, значит  $\Rightarrow$  гр-нне  $x^4 + 11x^2$

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

(3)

не имеет решений