

Класс 9A Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	2	15	10	20						62	шестьдесят два	

~ 1.

$$2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 = (2015-3)(2015-1)(2015+1)(2015+3) =$$

$$= (2015^2-9)(2015^2-1) = 2015^4 - 10 \cdot 2015^2 + 9 \quad +$$

$$A = \sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{2015^4 - 10 \cdot 2015^2 + 9 + 16} = \sqrt{(2015^2 - 5)^2} =$$

$$= 2015^2 - 5 = 4060225 - 5 = 4060220.$$

Ответ: 4060220. + (5)

~ 2.

Угловая скорость минутной стрелки: $\omega_{мин} = 360^\circ / \text{ч}$.

Угловая скорость часовой стрелки: $\omega_{ч} = 30^\circ / \text{ч}$.

Изначально между стрелками 90° (минутная ⁺находится в положении 12, а часовая на цифре 3).

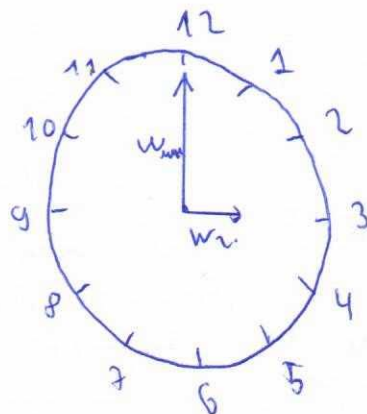
(на ~~цифре~~ ^{цифре} 12).

$$90^\circ + \tau \cdot 30^\circ / \text{ч} = \tau \cdot 360^\circ / \text{ч}$$

$$\tau = \frac{90^\circ}{360^\circ / \text{ч} - 30^\circ / \text{ч}} = \frac{90}{330} \text{ ч} = \frac{3}{11} \text{ ч} \quad +$$

Ответ: через $\frac{3}{11}$ ч.

(10) +



ШИФР

4 5 9 8 8

~ 4.

Пусть m - доля мальчиков в городе, а n - девочек.

Тогда $\begin{cases} n + m = 1. \end{cases}$

$$m \cdot 53,1 + 23,4 \cdot n = 47,7.$$

$$(1-n) \cdot 53,1 + 23,4 \cdot n = 47,7.$$

$$53,1 - 53,1n + 23,4n = 47,7.$$

$$29,7n = 5,4.$$

$$n \approx 18,1\% = 0,181.$$

$$m \approx 82\% = 0,819.$$

$$x \cdot 0,819 + 28,5 \cdot 0,181 = 15$$

$$15 - 4,13 = x \cdot 0,819. \quad \text{ошибка в формуле.}$$

$$11,87 = 0,819x.$$

$$x \approx 14,4\%$$

Ответ: ~~14,4%~~

~ 5.

$$\begin{cases} x+y = a-2 \\ xy = a^2 - 7a + 14. \end{cases}$$

$$a^2 - 7a + 14 = a^2 - 2a + 1 - 5a + 13 = (a-1)^2 - 5a + 13 = xy.$$

$$(x+y)^2 = xy + 5a - 13$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = xy + 5a - 13.$$

$$x^2 + y^2 = -xy + 5a - 13.$$

$$-xy = -a^2 + 7a - 14.$$

$$x^2 + y^2 = -a^2 + 7a - 14 + 5a - 13 = -a^2 + 12a - 27.$$

\Downarrow парабола с ветвями вниз.
 Наибольшее значение при-
 нимает в вершине при
 $a = \frac{-12}{-2} = 6. \Rightarrow x^2 + y^2$ макси-
 мально при $a = 6.$

Ответ: ~~6.~~

Нет g -ва \exists решений
 (действ. корней)

ШИФР

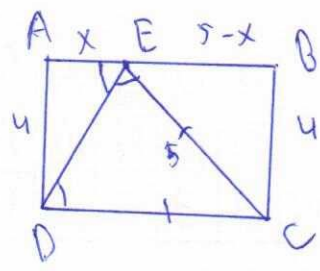
4	5	9	8	8
---	---	---	---	---

№ 6.

Дано:

$AB = 5$
 $BC = 4$
 $\angle AED = \angle DEC$
 $ABCD$ - трапеция.
 $AE = ?$

Решение:



Так как $AB \parallel DC$, то $\angle AED = \angle EDC$ (накрест лежащие при DE).
 В треугольнике CED углы при основании ED равны \Rightarrow он равнобедренный ($EC = DC$).
 Так как $ABCD$ - трапеция, то $AB = DC = 5$, $AD = BC = 4$.
 Пусть $AE = x$, тогда $EB = 5 - x$, $EC = DC = 5$.

По теореме Пифагора в $\triangle EBC$.

$(5 - x)^2 + 16 = 25$.

$(5 - x)^2 = 9$.

$5 - x = 3$ ($5 - x$ не может быть равно -3).

$x = 2 \Rightarrow AE = 2$.

Ответ: 2.

Только 1 случай.

20

№ 3.

$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$. $x = 0$ - не корень. $| : x^2$.

$x^2 - 6x + 11 - \frac{4}{x} + \frac{9}{x^2} = 0$. $y = x^2 - 6x + 10$ - парабола с вершиной в точке $(3; 1)$ и ветвями вверх, т.е. она не принимает отрицательных значений.

$x^2 - 6x + 10 > 0$
 $x^2 - 6x + 11 > 1$?

При $x \in (-\infty; 0) - \frac{4}{x} + \frac{9}{x^2} > 0$; $x^2 - 6x + 11 > 0 \Rightarrow x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 > 0$.

При $x \in (0; 1) \frac{9}{x^2} > \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{9}{x^2} - \frac{4}{x} > 0$; $x^2 - 6x + 11 > 0 \Rightarrow x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 > 0$.

При $x \in [1; +\infty)$. $\frac{9}{x^2} - \frac{4}{x} > -1$; $x^2 - 6x + 11 > 1 \Rightarrow x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 > 0$.

Итого имеем, $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 > 0$ при любых $x \Rightarrow$ это уравнение не имеет решений, т.е. н.р.

20