ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 0 8

Класс 9 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	10	20					80	восемьдесят	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 0 8

Задание 1

$A=\sqrt{2012\cdot 2014\cdot 2016\cdot 2018+16}$

Пусть $a=2015$, тогда имеем:

$A=\sqrt{(a-3)(a-1)(a+1)(a+3)+16}$ +

$A=\sqrt{(a^2-9)(a^2-1)+16}=\sqrt{a^4-a^2-9a^2+9+16}=\sqrt{a^4-10a^2+25}=\sqrt{(a^2-5)^2}=$

$=|a^2-5|=a^2-5$ +

$2015^2=$ ~~40~~ 4060225 5

201

$A=4060220$

Ответ: 4060220 +

Задание 2.

Будем считать скорость в делениях в час. (Деление = 5 мин)

Минутная стрелка за час пройдет 12 делений, т.е. $V_м=12\frac{д}{ч}$.

В то время, как часовая за час пройдет 1д., т.е $V_ч=1\frac{д}{ч}$

Начальное расстояние между стрелками 3 деления. Тогда минутная догонит часовую стрелку через $t=\frac{S}{|V_ч-V_м|}$. +

$t=\frac{3}{12-1}ч.=\frac{3}{11}ч.$

10

Ответ: через $\frac{3}{11}$ часа. +

Задание 3

Доказательство:

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$x^4-6x^3+9x^2+2x^2-4x+2+7=0$

$x^2(x^2-6x+9)+2(x^2-2x+1)+7=0$

$x^2(x-3)^2+2(x-1)^2+7=0$ +

* ~~т.к.~~ $x^2(x-3)^2+2(x-1)^2$ – сумма квадратов (т.е. $(x(x-3))^2+(\sqrt{2}(x-1))^2$), а сумма квадратов ~~но~~ неотрицательна. ~~Однако~~ Значит $x^2(x-3)^2+2(x-1)^2\geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2(x-3)^2+2(x-1)^2+7\geq 7$ +

Значит $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ не имеет решение.

ч.т.д.

15

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 0 8

Задание 4

Пусть a – кол-во мальчиков в городе, а b – кол-во девочек. По условию имеем:

$0{,}477(a+b)$ – предпочитают электр. книги.

$0{,}15(a+b)$ – бумажные кн.

$0{,}234b$ – электр. книги

$0{,}285b$ – бумажные книги

$0{,}531a$ – электрон. книги

(1) $\frac{100(0{,}531a+0{,}234b)}{a+b}=47{,}7$ – ~~вы~~ уравнение для ребят, любящих электр.-книги. +

~~Мальчики, не н любящие электр. книги равно 1-a 100-53,1=46,9%.~~

Пусть ~~x~~ ~~2x~~ $100x$ – кол-во мальчиков, любящих бумажные книги. (в проц.)

(2) $\frac{100(0{,}285b+xa)}{a+b}=15$, – уравнение для ребят, любящих бум. книги

~~Из (1) и (2)~~ С помощью (1) и (2) найдем x:

(1) $0{,}531a+0{,}234b=0{,}477a+0{,}477b$

$0{,}054a=0{,}243b$

$a=\frac{243}{54}b=\frac{9}{2}b$ +

(2) ~~0,531a+~~ $0{,}285b+ax=0{,}15a+0{,}15b$

$x=0{,}15-\frac{0{,}135b}{a}$

Итого

$\begin{cases} x=0{,}15-\frac{0{,}135b}{a} \\ a=\frac{9}{2}b \end{cases}$

$x=0{,}15-\frac{2\cdot 0{,}135}{9}=0{,}15-0{,}03=0{,}12$

$100x=12\%$

20

Ответ: 12% +

Задание 5

$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$ | возведем обе части в квадрат. $\cdot 2$

$\begin{cases} y^2+x^2+2xy=a^2-2a+1 & (1) \\ 2xy=2a^2-14a+28 & (2) \end{cases}$ | вычтем из 1-ого 2-ое

$x^2+y^2=-a^2+12a-27$

$x^2+y^2=-(a^2-12a+27)$

$x^2+y^2=-(a^2-12a+36-9)$

$x^2+y^2=9-(a-6)^2$

* $(a-6)^2$ – число неотрицательное и в правой части равенства оно вычитаемое. Для того, чтобы x^2+y^2 было максимально большим нужно как можно меньшее вычитаемое, в нашем случае это 0.

$(a-6)^2=0$

$\underline{a=6}$

$x^2+y^2=9$

Ответ: при $a=\cancel{6}$

∃ дейст. корней?

10

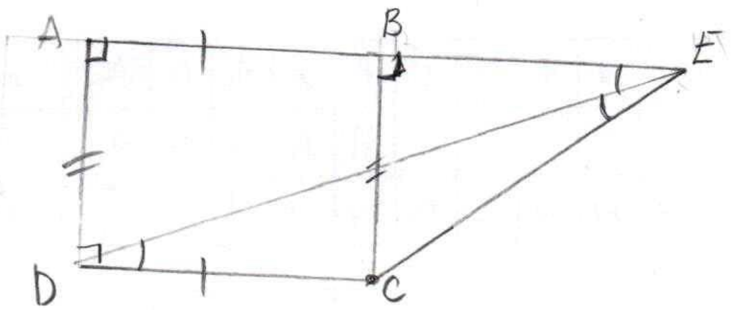
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 0 8

Задача 6



Дано:
ABCD – прямоуг. (AB||DC)
E ∈ [AB)
∠AED = ∠DEC
AB = 5; BC = 4

Найти: AE

Решение:

1) ABCD – прямоуг. (AB||CD)	по условию.
2) AB = CD = 5	по свойству паралелогр.
3) ~~BC=7~~ ∠AED = ∠DEC	по условию
4) ∠AED и ∠EDC – накрест леж. при парал. пр. AE и CD и секущ. ED. +	по опред. (AE || CD, т.к. AE содержит отрезок AB || CD)
5) ∠AED = ∠EDC	по свойству ~~нак~~ парал. пр.
6) ∠EDC = ∠DEC +	по свойству транзитивности.
7) △EDC – р/б (ED – основание)	по признаку (по 2-ум углам.)
8) CD = CE = 5	по опред. р/б. треуг. и по свойству транзит.
9) ∠ABC и ∠CBE – смежные + ∠CBE = 180° – ∠CBA = = 90°	по опред. смеж. углов. по свойству смеж. углов.
10) △CBE – прямоуг. (∠CBE = 90°)	по опред.
11) $BE = \sqrt{CE^2 - BC^2}$ BE = 3	следствие из теоремы Пифагора. (можно было пользоваться Египетским треуг.)
12) AE = AB + BE = = 8	

Ответ: 8.

Только 1 случай

20