**ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ** ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

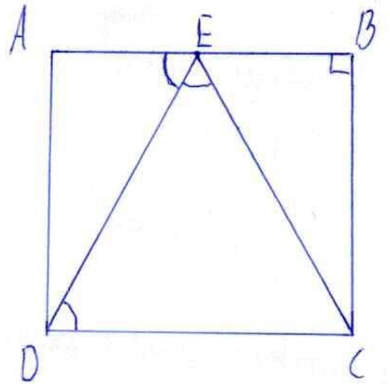
**ШИФР** 4 6 2 2 4

**Класс** 9 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019.

**Площадка написания** МГТУ им. Н.Э. Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Σ | | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | Цифрой | Прописью | |
| Оценка | – | 10 | 15 | 20 | 10 | 20 | | | | | 75 | семьдесят пять | |

№6.




Дано: $AB=2$

$BC=\sqrt{3}$

$\angle AED=\angle DEC$.

$ABCD$ - прямоугольник.

Найти: $AE$.

Решение.

$ABCD$ - прямоугольник $\Rightarrow AB \parallel CD$

$\angle AED=\angle EDC$, как накрест лежащие при параллельных прямых $AB$ и $CD$ и секущей $DE$.

$\angle AED=\angle EDC=\angle DEC$ ✓

Рассмотрим $\triangle DEC$.

$\angle DEC=\angle EDC$, значит $\triangle DEC$ - равнобедренный, $EC=DC=AB=2$ ✓

Рассмотрим прямоугольный $\triangle BEC$

По теореме Пифагора

$EC^2=BE^2+BC^2$

$BE=\sqrt{EC^2-BC^2}=\sqrt{4-3}=1$

$AE=AB-BE=2-1=1$

Ответ: 1. ✓ Только 1 случай 20

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 4 6 2 2 4

№5.

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$$

Подставим значения $xy$ и $(x+y)$ из системы в выражение $(x+y)^2-2xy$.

$(a+1)^2-2(a^2-7a+16)=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=-a^2+16a-31$

$f(x)=-a^2+16a-31.$

Графиком $f(x)$ является парабола, ~~вершины~~ "ветви" которой направлены вниз, значит максимальное значение достигается в вершине.

Вершина параболы находится по формуле $x_в=\frac{-в}{2a}$, где $в=16$, $a=-1$

$x_в=\frac{16}{2}=8$

Ответ: при $a=\cancel{8}$. ∃ действ. корней? 10

№4.

Пусть в городе $x$ девочек, $y$ мальчиков, и $a$% девочек предпочитают бумажные книги.

I Всего в городе $\left(\frac{(x+y)\cdot 47{,}7}{100}\right)$ человек предпочитают электронные книги, среди них $\left(\frac{33y}{100}\right)$ мальчиков и $\left(\frac{63x}{100}\right)$ девочек. Зная это, составим уравнение.

$\frac{(x+y)\cdot 47{,}7}{100}-\frac{33y}{100}=\frac{63x}{100}$ $\quad |\cdot 100$

$47{,}7x+47{,}7y-33y=63x$

$15{,}3x=14{,}7y$

$y=\frac{15{,}3}{14{,}7}x=\frac{51}{49}x$ +

II. Всего в городе $\left(\frac{(x+y)\cdot 15{,}1}{100}\right)$ человек предпочитают бумажные книги, среди них $\left(\frac{20y}{100}\right)$ мальчиков и $\left(\frac{ax}{100}\right)$ девочек. Зная, что $y=\frac{51}{49}x$, составим уравнение.

$\frac{\left(x+\frac{51}{49}x\right)\cdot 15{,}1}{100}-\frac{20\cdot\frac{51}{49}x}{100}=\frac{ax}{100}$ + $\quad |:x\cdot 100$

$\frac{100\cdot 15{,}1}{49}-\frac{20\cdot 51}{49}=a$

20

$a=\frac{1510-1020}{49}=10\%$

Ответ: 10%. +

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 4 6 2 2 4

№2.

Минутная стрелка за 60 минут проходит 360°, значит её ~~за~~ скорость: 6°/мин.

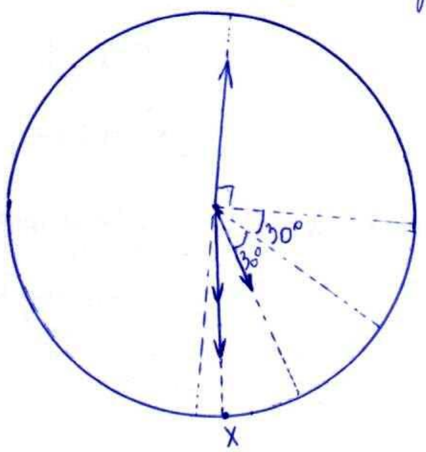
Часовая стрелка за 60 минут проходит $\frac{360°}{12} = 30°$, значит её скорость: 0,5°/мин. ✓

Пусть до места встречи минутная стрелка прошла $x°$, а часовая прошла $(x-150)°$. Зная, что они затрачивают одинаковое время до встречи, составим уравнение.

$$\frac{x°}{6} = \frac{x-150}{0{,}5}$$

$$12x - 150 \cdot 12 = x$$

$$x = \frac{1800}{11}$$ ✓



$$t = \frac{x}{v_{минут.}}$$

$$t = \frac{1800}{11 \cdot 6} = \frac{300}{11} = 27\frac{3}{11} \text{ (мин)}$$

Ответ: $27\frac{3}{11}$ минуты. +

10

№3.

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

Представим данное би-квадратное уравнение в виде произведения.

$$(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f) = adx^4 + (ae+bd)x^3 + (af+be+cd)x^2 + (bf+ce)x + cf = 0$$

$$\begin{cases} ad = 1; (1) \\ ae + bd = -4; (2) \\ af + be + cd = 12; (3) \\ bf + ce = -24; (4) \\ cf = 24; (5) \end{cases}$$

Если в нашем би-квадратном уравнении есть решение, то и в одной из скобок $(ax^2+bx+c)$ ~~или~~, $(dx^2+ex+f)$ будет хотя бы один корень.

$D \geq 0$

$b^2 \geq 4ac$ или $e^2 \geq 4df$

~~Сложим~~ все

(1)+(2)+(3)+(4)+(5): $ad + ae + af + be + bd + bf + cd + ce + cf = (d+e+f)(a+b+c)$

$$(d+e+f)(a+b+c) = 9$$

(1): либо $a$, либо $d \leq 1$, или $a = d = 1$

ГАЗПРОМ

**ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** | 4 | 6 | 2 | 2 | 4 |

№3.

$$x^4-4x^3+12x^2-24x+24 = x^4-4x^3+4x^2+8x^2-24x+24 = x^2(x^2-4x+4)+8(x^2-3x+3) = x^2(x-2)^2+8((x-1{,}5)^2+0{,}75)$$

$$\left.\begin{aligned}
&x^2 \geq 0\\
&(x-2)^2 \geq 0\\
&x^2(x-2)^2 \geq 0\\
&(x-1{,}5)^2 \geq 0\\
&(x-1{,}5)^2+0{,}75 \geq 0{,}75\\
&8((x-1{,}5)^2+0{,}75) \geq 6
\end{aligned}\right\} \Rightarrow x^2(x-2)^2+8((x-1{,}5)^2+0{,}75) \geq 6$$

$$x^4-4x^3+12x^2-24x+24 \geq 6$$

Это би-квадратное уравнение будет всегда больше 0.

Что и требовалось доказать.

(+) 15