

ШИФР

3 3 2 2 7

Класс 10

Вариант 11

Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	15	10					75	семьдесят пять	Кеер

№1.



$V_z - 30^\circ$ в час или $0,5^\circ$ в мин

$V_M - 360^\circ$ в час или 6° в мин.

	$^\circ(\text{с})$	$\% \text{ мин}(V)$	мин(T)
Ч	X	0,5	$\frac{x}{0,5}$
М	X+150	6	$\frac{x+150}{6}$

$$\frac{x}{0,5} = \frac{x+150}{6} \quad | \cdot 2 \quad 12x = x+150$$

$$x = \frac{150}{11}^\circ$$

5

$$T = \frac{x}{0,5} = \frac{150}{11} \cdot 2 \text{ мин} = \frac{300}{11} \text{ мин.}$$

Через $\frac{300}{11}$ минут мин. стрелка дойдет до часов.

Ответ: $\frac{300}{11}$ мин.

№5.

$$y = \sqrt{1 - \sin^2 x} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$y = \sqrt{(1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x)(x^2 - 4x + 4)}$$

$$y = \sqrt{\cos^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)(x^2 - 4x + 4)}$$

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad - \text{Фун. Тр. Тождество}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

ШИФР

3 3 2 2 7

√5 (продолжение)

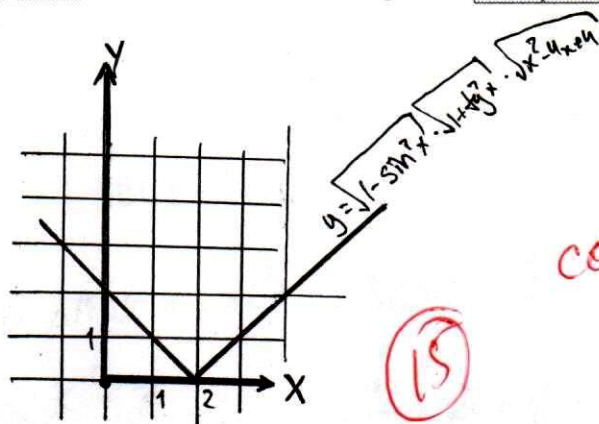
$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$y = \sqrt{(x-2)^2}$$

$$y = |x-2|$$

$$x \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad 4$$

$$y \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2$$



$\cos x \neq 0!$

15

√4.

Дано:

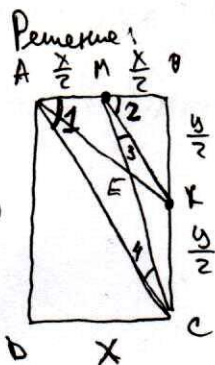
ABCD - трап.

AM = MB

BK = KC

AK ∩ CM = E

$$S_{MBKE} \vee S_{AEC}$$



Проведем AC и MK

Рассмотрим $\angle 1$ в $\triangle ABC$:

$$\operatorname{tg} \angle 1 = \frac{y}{x}$$

Рассмотрим $\angle 2$ в $\triangle MKB$:

$$\operatorname{tg} \angle 2 = \frac{\frac{y}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{y}{x}$$

т.к. $0 \leq \angle 1 \leq 180^\circ$

$0 \leq \angle 2 \leq 180^\circ$

$$\operatorname{tg} \angle 1 = \operatorname{tg} \angle 2$$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

Значит при прямых MK и AC,
AM - секущая $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow$
MK // AE.

$\angle 3 = \angle 4$ - как corresp. при MK // AE, ME - сек.
 $\angle MEK = \angle AEC$ - верт.

$\Rightarrow \triangle MEK \sim \triangle AEC$ по 2 углам.

В $\triangle MBK$:

$\angle MBK = 90^\circ$ (ABCD - трап.)

$$MK = \sqrt{MB^2 + BK^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}$$

В $\triangle ADC$ околописана

$\angle ADC = 90^\circ \Rightarrow$

$$AC = \sqrt{DC^2 + AD^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{MK}{AC} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \Rightarrow \frac{MK}{AC} = \frac{1}{2}$$

20

Верхняя к $\triangle MEK$ и $\triangle AEC$ они подобны $\Rightarrow$

$$\frac{MK}{AC} = k, k - \text{коэф. подобия} \quad \frac{MK}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle MEK}}{S_{\triangle AEC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle MEK}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{1}{4}$$

$$S_{\triangle AEC} = 4 \cdot S_{\triangle MEK}$$

ШИФР

3 3 2 2 7

✓ 4 (продолжение)

Обратимся к $\triangle MBK$ и $\triangle ADC$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{MB}{DC} = \frac{BK}{AD} = \frac{1}{2} \\ \angle MBK = \angle ADC = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle MBK \sim \triangle ADC. \text{ Значит } \frac{MB}{DC} = k', \text{ где } k' - \text{коэф. подобия}$$

$$k' = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle MBK}}{S_{\triangle ADC}} = k'^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle ADC} = 4 \cdot S_{\triangle MBK}.$$

$$S_{MEKB} = S_{MBK} + S_{MKE}$$

$$S_{AECD} = S_{ADC} + S_{ACE} = 4 \cdot S_{\triangle MBK} + 4 \cdot S_{MKE} = 4(S_{MBK} + S_{MKE})$$

Значит $S_{AECD} = 4 \cdot S_{MEKB}$, т.е. площадь AECD в 4 раза больше площади MBKE.

$$\text{Ответ: } \frac{S_{AECD}}{S_{MBKE}} = 4.$$

✓ 3.

$$\begin{cases} x+y = a+1 \\ xy = a^2 - 7a + 16 \end{cases}$$

$$(x+y)^2 = (a+1)^2$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = (a+1)^2$$

$$x^2 + y^2 = (a+1)^2 - 2xy$$

$$x^2 + y^2 = (a+1)^2 - 2(a^2 - 7a + 16)$$

$$x^2 + y^2 = a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 32$$

$$x^2 + y^2 = -a^2 + 16a - 31^*$$

★ $f(a) = -a^2 + 16a - 31$ ← график параболы, ветви вниз

Наибольшее значение $f(a)$ принимает в вершине параболы



$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{-2} = 8.$$

При $a = 8$ $f(a) = -a^2 + 16a - 31$ принимает наибольшее значение.

Р. А т.к. $-a^2 + 16a - 31 = x^2 + y^2$, то и $x^2 + y^2$ принимает наибольшее значение при $a = 8$.

Ответ: 8.

$270 = 29 = 7!$

~ 2.

$$A \vee B$$

$$A = \sqrt{2018} + \sqrt{2019} > 0$$

$$B = 2 \cdot \sqrt{2019} > 0$$

$$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} \vee 2 \cdot \sqrt{2019} \quad \uparrow^2$$

$$2018 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020} + 2020 \sqrt{4 \cdot 2019}$$

$$2\sqrt{2018 \cdot 2020} \sqrt{2 \cdot 2019}$$

$$\sqrt{2018 \cdot 2020} \sqrt{2019} \uparrow^2$$

2018.2020 V 2019²

4076360 V 4076361

$$4076360 < 4076361$$

$$\dots \rightarrow 2019 \geq 0$$

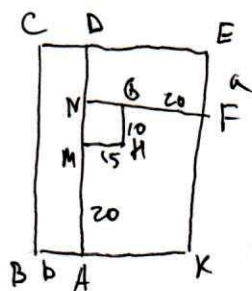
2018-2020 70

$$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} < 2\sqrt{2019}$$

Значит $A < B$

Über: $A < B$

~6.



Pythagoras $FE=a$, $AB=b$, $Taga$

$$S_{AB...M} = S_{AOCp} + S_{PEFN} + S_{GHMN}$$

$$S_{a \dots n} = 150 + 35a + b(30+a)$$

$$1600 = 150 + 35a + 30b + ab$$

$$b(a+30) = 1450 - 35a$$

$$b = \frac{1450 - 35a}{a + 30}$$

$$\begin{array}{r} 1450,00 \\ - 6,25 \\ \hline 1443,75 \end{array}$$

$$P = 2 \left(\frac{6,25 - 12,5 + 1450}{32,5} \right) + 130$$

$$P = 2.444, 2 + 130 = 888, 4 + 130 = 1018, 4 \text{ m}$$

$$P = a + 20 + 10 + 15 + 20 + b + 30 + a + b + 35 = 2(a+b) + 130$$

$$P = 2 \left(\frac{a(a+30)}{a+30} + \frac{1450-35a}{a+30} \right) + 180$$

$$P = 2 \left(\frac{a^2 + 30a + 1450 - 35a}{a + 30} \right) + 130$$

$$P = 2 \left(\frac{a^2 + 5a + 1450}{a + 30} \right) + 130$$

$$a_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Ober: 1018,4 m.