ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 1 4 0

Класс 10 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 9.02

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	10	20	15	30					83	восемьдесят три	Кем-

№1.

$v_{мин}$ - скорость минутной стрелки в °/мин

$v_{час}$ - скорость часовой стрелки в °/мин

t - искомое время; S - раст. м/у минутной и часовой стрелкой в 5:00

$v_{мин} = \frac{360°}{60 (мин)} = 6°/мин$

$v_{час} = \frac{\frac{1}{12} \cdot 360}{60 мин} = \frac{30°}{60 мин} = \frac{1}{2} °/мин.$

4

$S = 30° \cdot 5 = 150°$

$v_{мин} \cdot t = v_{час} \cdot t + S \Rightarrow t = \frac{S}{v_{мин} - v_{час}} = \frac{150}{\frac{11}{2}} = \frac{300}{11} \approx 27{,}27$ мин

Ответ: 27,27 мин) $27\frac{3}{11}$

№2.

$A \vee B$

$A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$

$B = 2\sqrt{2019}$

т.к. $A > 0$ и $B > 0$, то сравним: $A^2 \vee B^2$

$A^2 = 2018 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020} + 2020 = 4023 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020}$?

$B^2 = 4 \cdot 2019 = 8076$

4

$8076 \vee 4023 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020}$

$4053 \vee 2\sqrt{2018 \cdot 2020}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 1 4 0

~~$\sqrt{16305440} \vee \sqrt{16426809}$~~

$16305440 < \cancel{16426809 \Rightarrow \sqrt{16305440} < \sqrt{16426809} \Rightarrow}$
$\Rightarrow B^2 < 1$

$\sqrt{16426809} \vee \sqrt{16305440}$

$16426809 > 16305440 \Rightarrow \sqrt{16426809} > \sqrt{16305440} \Rightarrow$

$\Rightarrow B^2 > A^2 \Rightarrow B > A$

Ответ: $B > A$.

№3.

$\begin{cases} x+y=a+1 & |^2 \\ xy=a^2-7a+16 & |\cdot 2 \end{cases}$

$-\begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2+2a+1 \\ 2xy=2a^2-14a+32 \end{cases}$

$x^2+y^2=-a^2+16a-31$

x^2+y^2 - макс, когда $-a^2+16a-31$ - макс.

Г $y=-a^2+16a-31$ - гр. парабола, ветви $\downarrow$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow y_{наиб} = y_в$

$a_в = 8$

$y_в = 64+128-31 = \cancel{185}$ $161 \Rightarrow$

Ответ: $a=8$. $, D \geq 0 \Rightarrow a=7$

10

№4.

Дано:

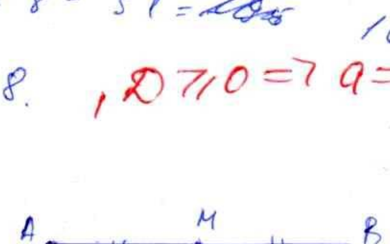
$ABCD$ - прямоуг

M - сер AB

K - сер BC

$AK \cap CM = E$

$\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}}$ - ?



① Расм $\triangle ACB$:

CM и AK - медианы $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{CE}{EM} = \frac{AE}{EK} = \frac{2}{1}$

② Пусть $AD = BC = a$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 1 4 0

$DC = AB = b$.

$S_{ADC} = \frac{1}{2} a \cdot b$

$S_{MBK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{8} a \cdot b = \frac{1}{4} S_{ADC}$

$S_{MBK} = \frac{1}{4} S_{ADC}$.

③ Рассм. $\triangle$-ки $\triangle MKE$ и AEC.

$\angle MEK = \angle AEC$ (как верт)

$\left.\frac{ME}{EC} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{1} = k \right\} \Rightarrow \triangle AEC \sim \triangle KEM \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle KEM}} = k$~~ ~~$\frac{S_{\triangle KEM}}{S_{\triangle AEC}} = k^2 = \frac{4}{1}$~~

$\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle KEM}} = k^2 = \frac{4}{1} \Rightarrow S_{\triangle AEC} = 4 S_{\triangle KEM}$.

20

④ $\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}} = \frac{S_{\triangle MBK} + S_{\triangle MKE}}{S_{\triangle ADC} + S_{\triangle AEC}} = \frac{S_{\triangle MBK} + S_{\triangle MKE}}{\frac{1}{4} S_{\triangle MBK} + \frac{1}{4} S_{\triangle MKE}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{1}$

$S_{MBKE} = 4 S_{AECD} \Rightarrow S_{MBKE}$ в 4 раза больше, чем S_{AECD}

Ответ: $S_{MBKE} = 4 S_{AECD}$, S_{MBKE} в 4 раза больше, чем S_{AECD}.

№5.

$y = \sqrt{1-\sin^2 x} \cdot \sqrt{1+tg^2 x} \cdot \sqrt{x^2-4x+4}$

$1-\sin^2 x = \cos^2 x$

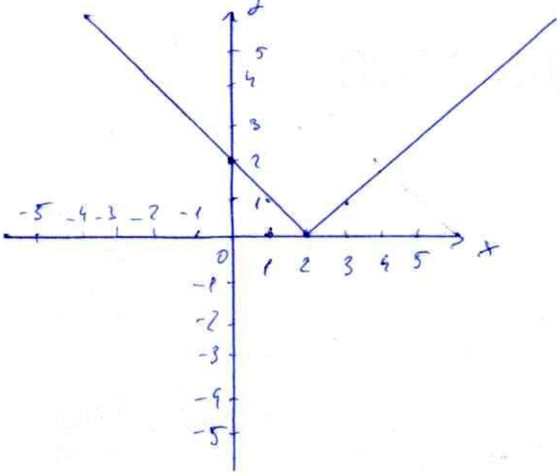
$1+tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\cos x \neq 0$!

$x^2-4x+4 = (x-2)^2$

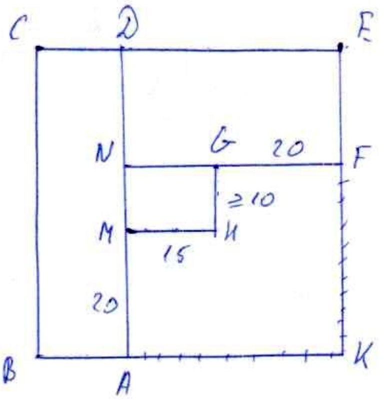
15

Получим: $y = \frac{|\cos x|}{|\cos x|} \cdot |x-2|$

$y = |x-2|$ — получен из гр $y=|x|$ смещением на 2 вправо по оси Ox.



№5.



$MA = GF = 20$ м

$MH = 15$ м

$GH \geq 10$ м

$S = 1600$ м^2

$P_{мин}$ - ?

BK - ?

KE - ?

GH - ?

$S = BK \cdot KE - AM \cdot NF - GF \cdot GH = 1600$

$NF = MH + GF = 35.$

$S = BK \cdot KE - 20GH - 700 = 1600$

$BK \cdot KE - 20GH = 2300$

$20GH = BK \cdot KE - 2300.$

(*): т.к. $BCEK$ – прямоуг, то ~~CE~~ $CE = BK$, $CB = EK$...

$GH \geq 10 \Rightarrow 20GH \geq 200. \Rightarrow$

$\Rightarrow BK \cdot KE - 2300 \geq 200$

$BK \cdot KE \geq 2500$

30

$P = CB + BK + (CB - MA - GH) + GF + GH + MH + MA + (BK - GF - MH) =$

$= CB + BK + CB - 20 - GH + 20 + GH + 15 + 20 + BK - 35 = P$

$\begin{cases} 2CB + 2BK = P \\ CB \cdot BK \geq 2500 \end{cases}$; т.к. $P = P_{мин}$, то $CB = CB$ минимальное, $BK = BK$ минимальное, $\Rightarrow BK \cdot CB = 2500$

$\begin{cases} 2CB + 2BK = P \\ CB \cdot BK = 2500 \end{cases} \Rightarrow CB = \frac{2500}{BK}$

$\frac{5000}{BK} + 2BK = P$

$2BK^2 - P \cdot BK + 5000 = 0$

$D = P^2 - 40000 \geq 0 \Rightarrow P^2 \geq 40000$, при $P_{мин}$: $P^2 = 40000$, $P = 200$ (м),

$BK = \frac{P}{4} = 50$ (м), $KE = \frac{2500}{BK} = 50$ (м), $GH = 10$ (м)

Ответ: $P = 200$ (м), $BK = 50$ (м), $KE = 50$ (м), $GH = 10$ (м)