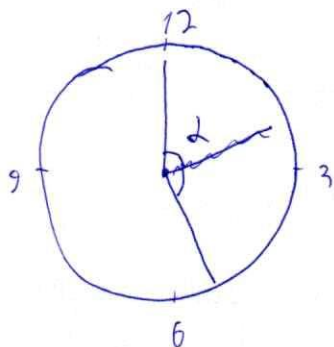


Класс 10 Вариант 17 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	15	20	20	30						100	сто	Кеф-

N7



$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60 \text{ сек}} = \frac{\pi}{30} \text{ сек}^{-1} \quad \text{— угловая скорость минутной стрелки}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60 \text{ ms}} = \frac{\pi}{30} \text{ ms}^{-1} = 2\pi \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{60 \text{ Hz}} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ rad/s}$$

$$\Delta W = W_1 - W_2 = 2\pi r^{-1} \cdot \frac{\pi}{6} r^{-1} = \frac{11\pi}{6} r^{-1} - \text{уравнение дуги}$$

$$\sin \omega \cdot t = \frac{5\pi}{6} = 2 \quad ; \quad t - \text{время горения}$$

$$\frac{11\pi \cdot 2^{-1}}{6} t = \frac{5\pi}{6} \quad ; \quad t = \frac{10}{11} \text{ s}$$

Ammon: ~~5~~ $\left[\frac{5}{11} \text{ rda} \right] \text{ N}_2$

$A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$ $A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$ $B = 2\sqrt{2019} \quad |^2 \text{ (оба } > 0 \Rightarrow$
 $B = 2\sqrt{2019}$ $2018 + 2020 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020} \neq 2 \cdot 2019 + 2018 + 2 \cdot 2019$ $\left. \begin{array}{l} \text{Знач не получается} \end{array} \right\}$

$$2\sqrt{2018-2020} \quad \cancel{2.2019}$$

$2\sqrt{2018 \cdot 2020} \nless 2 \cdot 2019$
 $\rightarrow \sqrt{2018 \cdot 2020} \nless \frac{2018+2020}{2} \leftarrow \text{среднее арифм.}$
 среднее $\leq$
 геом. (не ~~равно~~, т.к. $2018 \neq 2020$)

$$A < B$$

Answer: $A < B$

ШИФР

3 4 9 1 7

N3

$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \\ \max x^2+y^2? \end{cases} \begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2+2a+1 \\ 2xy=2a^2-14a+32 \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2=-a^2+16a-31 \end{cases}$$

$$x^2+y^2=f(a)=-a^2+16a-31$$

$\max f(a)?$

$f(a)$ - уравнение параболы, ветви вниз ($-1 < 0$) $\Rightarrow$ $\max$ в вершине

$$a_0 = -\frac{16}{2 \cdot (-1)} = 8 \quad \text{не есть!}$$

$$f(8) = -64 + 128 - 31 = 64 - 31 = 33$$

Проверим $x, y \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x+y=9 \\ xy=24 \end{cases} \begin{cases} y=\frac{24}{x} \quad (x \neq 0) \\ x+\frac{24}{x}=9 \end{cases} \begin{cases} x^2-9x+24=0 \\ D=81-96 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \Rightarrow a=8 \text{ не подходит} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$$

$$1) x=0 \begin{cases} y=a+1 \\ 0=a^2-7a+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-7a+16=0 \\ D=49-64 < 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{7 \pm 1}{2} = 4, 3 \Rightarrow y=5, y=7$$

$$\Rightarrow x^2+y^2=25 \text{ или } 49$$

2) $x \neq 0$

$$\begin{cases} xy=a^2-7a+16 \\ x+y=a+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{a^2-7a+16}{x} \\ x+y=a+1 \end{cases}$$

$$x + \frac{a^2-7a+16}{x} = a+1$$

$$x^2 - (a+1)x + a^2-7a+16=0$$

$$D = a^2+2a+1-4a^2+28a-64 =$$

$$= -3a^2+30a-63 \geq 0 \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$-3a^2+30a-63 \geq 0$$

$$-a^2+10a-21 \geq 0$$

$$-(a+3)(a-7) \geq 0$$

$$(a-3)(a-7) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ 3 \quad 7 \end{array} \rightarrow a \Rightarrow a \in [3; 7]$$

Удобно x^2+y^2 было $\max$ нулем, чтобы a

было равно к 8 (вершине $f(a)$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a=7 \quad ; \quad x = \frac{+3}{2} = +1.5 \quad ; \quad x+y=8 \Rightarrow y=6.5 \quad ; \quad x, y \in \mathbb{R}$$

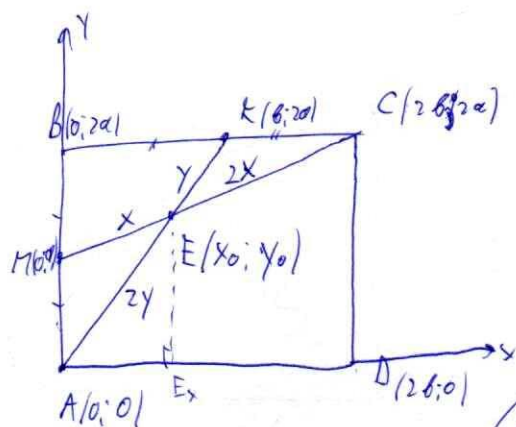
$$f(7) = -49 + 16 \cdot 7 - 31 = 112 - 80 = 32$$

Ответ: 32

С7.1.2

ШИФР

3 4 9 1 7



$$MC: y = kx + b'$$

$$M: \begin{cases} a = 0 \cdot k + b' \\ b' = a \end{cases}$$

$$C: \begin{cases} 2a = 2b \cdot k + b' \\ k = \frac{a}{2b} \end{cases}$$

$$y = \frac{a}{2b}x + a$$

$$MC \cap AK = E$$

$$\begin{cases} y_0 = \frac{a}{2b}x_0 + a \\ y_0 = \frac{2a}{b}x_0 \end{cases}$$

$$\frac{2a}{b}x_0 = \frac{a}{2b}x_0 + a$$

$$\cancel{x_0 = \frac{4ab - a}{4a - a}}$$

$$x_0 = \frac{4a - a}{2b} = a$$

$$x_0 = \frac{2b}{3}; y_0 = \frac{2a}{b} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{4a}{3}$$

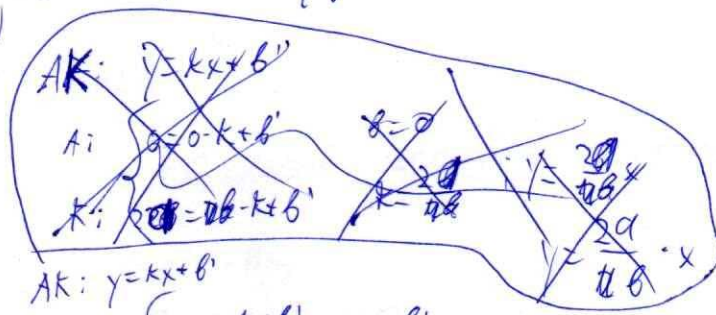
$$\frac{ME}{EC} = \text{отношение проекций на Ax}$$

$$\frac{ME}{EC} = \frac{x_0 - 0}{2b - x_0} = \frac{\frac{2}{3}b}{2b - \frac{2}{3}b} = \frac{2}{b - \frac{2}{3}b} = \frac{1}{\frac{1}{3}b} = 3; ME = x, EC = 2x$$

$$\text{Аналогично } \frac{AE}{EK} = \frac{y_0 - 0}{b - x_0} = \frac{\frac{4}{3}a}{b - \frac{2}{3}b} = \frac{4}{\frac{1}{3}b} = 12; AE = 2y, EK = y$$

$$N \quad d = \frac{S_{AECD}}{S_{HBEF}} = ?$$

Введём систему координат xAy .
Возьмём известные координаты из условия
найдём координаты Т.Е



$$AK: y = kx + b'$$

$$A: \begin{cases} 0 = 0 \cdot k + b' \\ b' = 0 \end{cases}$$

$$K: \begin{cases} 2a = b \cdot k + b' \\ k = \frac{2a}{b} \end{cases}$$

$$b' = 0$$

$$k = \frac{2a}{b}$$

$$y = \frac{2a}{b}x$$

$AX \parallel AD$
 $AY \parallel AB$
 $\angle KXY = \angle K$
 $\angle KXY = \angle K$


$$S_{ABK} = S_{ACK} \quad (BK = KC)$$

$$S + S_{\text{MAKE}} = 3S = 7S_{\text{MAKE}} = 2S$$

$S_{ABC} = S_{ACO}$ (ABCD - параллелограмм, диагональ AC делит его на 2 равных Δ)

$$\sum_{A \subset \Omega} = \mathbb{R}$$

$$S_{AECN} = S(AEC) + S_{ACD} = 25 + 65 = 90$$

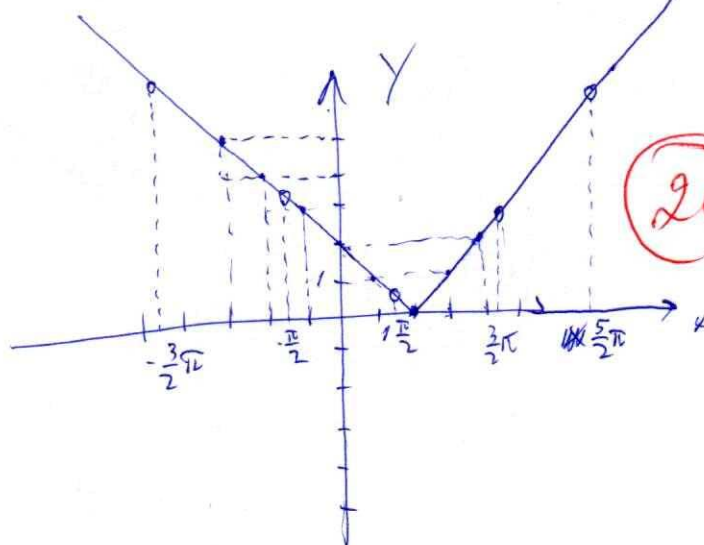
$$\alpha = \frac{S_{\Delta ECD}}{S_{\Delta BKE}} = \frac{85}{25} = 4$$

Ques: $S_{AECD} > S_{MBKE}$ 8 y para

$$y = \sqrt{1 - \sin^2 x} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4} \stackrel{NS}{=} \sqrt{\cos^2 x} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \cdot \sqrt{(x-2)^2} \quad 14$$

$$y = |x-2| \quad \therefore x_{kp} = 2$$

$y = |x-2|$; $x_{кр} = 2$
всегда верно, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, там
выкалываем точку



C9 p. 34



$$(ab)c = a(bc)$$

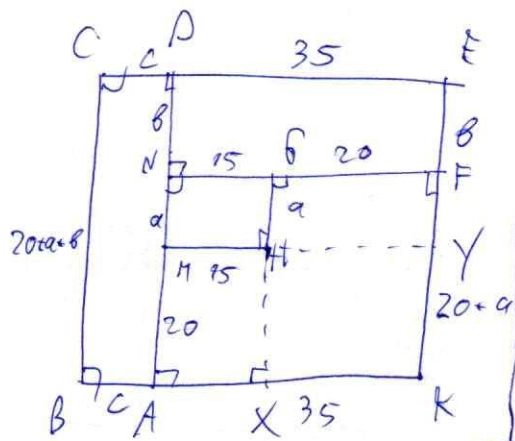
$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3 4 9 1 7



N 6

Вариант Пусть $bH = a \geq 10$

Пусть $bH = a \geq 10$

$$EF = bH = DN$$

$$AB = CD = c$$

Расставить все известные стороны

$$P = 20 + a + b + c + 35 + b + 20 + a + 15 + 20 + c = 2(a + b + c) + 140$$

Чтобы получить min P нужно

минимизировать $T = a + b + c$

$$S = (20 + a + b)c + 35b + 15a = 1600$$

$$c = \frac{1600 - 35b - 15a}{20 + a + b}$$

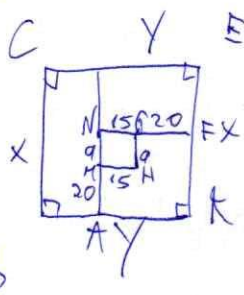
$$\text{Пусть } a + b = t; c = \frac{1600 - 35t + 20a}{20 + t}$$

$$T = a + b + c = t + \frac{1600 - 35t + 20a}{20 + t} = \frac{t^2 - 15t + 20a + 1600}{20 + t}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2t - 15}{(20 + t)^2} = 0 \Rightarrow t = 7.5$$

Пусть $S_{ABCEFGHNM} = S$

$$AM + MN + NB + BF = AK + KF \Rightarrow S_{ABCEFGHNM} = BC + CE + EK + KB = \text{периметр } BCEK$$



$$P = x + y - \text{полупериметр}; P_0 = 2P = 2x + 2y - \text{периметр}$$

$$x + y = \frac{P_0}{2} \text{ (или по формуле)} \text{ (или по формуле)}$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$P^2 = (x + y)^2 \geq 4xy = 4S_{BCEK} \geq 4S \text{ (} S_{BCEK} \geq S \text{)}$$

$$P^2 \geq 4S \Rightarrow P \geq 2\sqrt{S} = 2\sqrt{1600} = 80$$

$$4P^2 \geq 4 \cdot 4S$$

$$P^2 \geq 16S$$

$$P^2 \geq 16S \text{ (} P \text{ и } S > 0 \text{)}$$

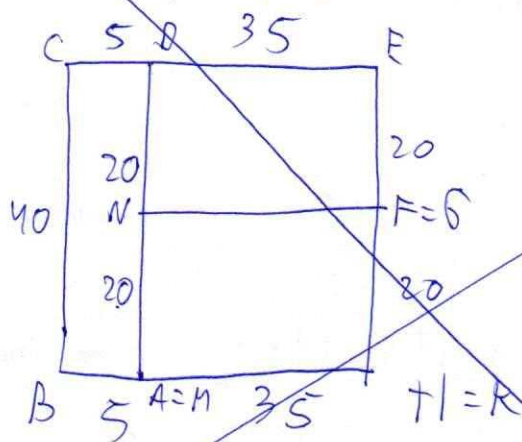
$$P_0 \geq 4\sqrt{S} = 4 \cdot \sqrt{1600} = 4 \cdot 40 = 1600$$

$$\min P_0 = 160$$

ШИФР

3 4 9 1 7

Пример для $P_0 = 160$



$$bH = 20 \geq 10$$

$$S = 40^2 = 1600$$

Ответ: 160 м

$$x^2 + y^2 \geq 2xy \quad (\text{средн. арифм.} \geq \text{средн. геом.})$$

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy$$

$$(x+y)^2 \geq 4xy$$

$$\left(\frac{P_0}{2}\right)^2 \geq 4xy$$

$$P_0^2 \geq 16xy \quad (P_0 \text{ и } xy > 0)$$

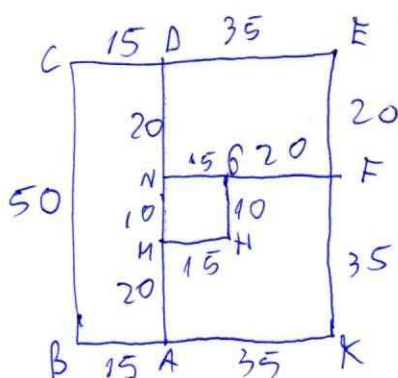
$$P_0 \geq 4\sqrt{xy}$$

$$P_0 \geq 4\sqrt{A}$$

$$P_0 \geq 4\sqrt{2300 + 20a} \geq 4\sqrt{2300 + 200} = 4 \cdot 50 = 200$$

$$a \geq 10$$

$$P_0 \geq 200 \Rightarrow \min P_0 = 200$$



Пример для $P_0 = 200$

$$bH = 10 \geq 10$$

$$S = 15 \cdot 50 + 20 \cdot 35 + 15 \cdot 10 = 150 + 700 + 750 = 700 + 900 = 1600$$

Ответ: минимальная длина ограждения
= 200