

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

4 0 3 4 6

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	10	10	15					60	шестьдесят	Кич

№ 3.

$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$$

$$x^2+y^2=a^2+2a+1-2xy=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=16a-a^2-31$$

$$f(a)=16a-a^2-16 \quad \text{ветви вниз}$$

найдем вершину

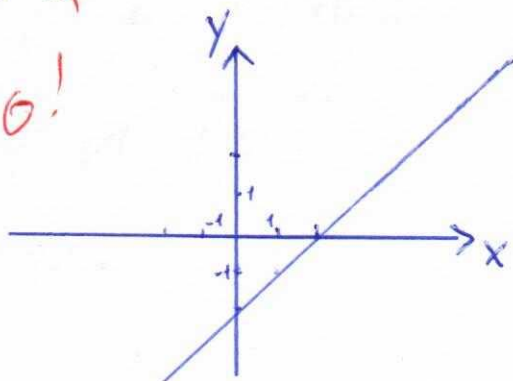
$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{16}{2} = 8 \quad y_0 = 16 \cdot 8 - 64 - 31 = 128 - 95 = 33$$

Ответ: при $a=8$, x^2+y^2 принимает наибольшее значение 33.

№ 5. $z=x$

$$y = \sqrt{1-\sin^2 z} \cdot \sqrt{1+\tan^2 z} \cdot \sqrt{z^2-4z+4} = \sqrt{\cos^2 z} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 z}} \cdot \sqrt{(z-2)^2} = z-2 = |x-2|$$

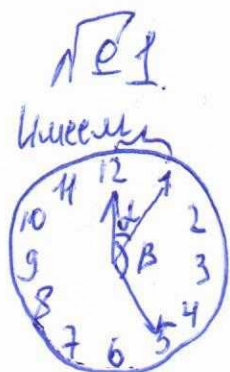
$\cos x \neq 0!$



10

ШИФР

4 0 3 4 6



Минутная

$$v_1 = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ/\text{мин}$$

Часовая

$$v_2 = \frac{360^\circ}{60 \cdot 12} = 0,5^\circ/\text{мин}$$

v_3 скорость с которой минутная догоняет часовую $= v_1 - v_2 = 5,5^\circ/\text{мин}$

$$L = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \Rightarrow \rho = 30 \cdot 5 = 150^\circ$$

$$S = 150 \quad \left. \begin{array}{l} \\ v = 5,5 \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{150}{5,5} = \frac{150 \cdot 10}{55} = \frac{15 \cdot 100}{11 \cdot 5} = \frac{300}{11} = 27,27(27) \text{ мин}$$

(5)

Ответ: 27,27(27) минут.

№ 2.

$$A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$$

$$B = 2\sqrt{2019}$$

$$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} - 2\sqrt{2019}$$

$$\frac{2020 - 2018}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}} + 2\sqrt{2019}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}} + 2\sqrt{2019}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}} + \sqrt{2019}$$

$$\sqrt{2020} - \sqrt{2018} = y$$

№ 2

$$A = \sqrt{2013} + \sqrt{2020}$$

$$B = 2\sqrt{2019} = \sqrt{2019} + \sqrt{2019}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$673+3 \geq 2\sqrt{2019}$$

$$676 \geq 2\sqrt{2019}$$

$$\frac{1009+2}{2} \geq \sqrt{2018}$$

$$\frac{1017+1010+2}{2} \geq \sqrt{2020}$$

$$A - B = \sqrt{2020} - \sqrt{2019} + \sqrt{2018} - \sqrt{2019} = \left(\frac{\sqrt{2020} - \sqrt{2019}}{>0} \right) - \left(\frac{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}{>0} \right)$$

$$\frac{\sqrt{2020} - \sqrt{2019}}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2020} + \sqrt{2019}} + \frac{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}}$$

$$\sqrt{2020} + \sqrt{2019} \cdot \sqrt{2019} + \sqrt{2018}$$

$$\sqrt{2020} + \sqrt{2019} > \sqrt{2019} + \sqrt{2018}$$

$$\therefore \sqrt{2020} - \sqrt{2018} > 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2020} + \sqrt{2019}} < \frac{1}{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} \Rightarrow \sqrt{2020} - \sqrt{2019} < \sqrt{2019} - \sqrt{2018}$$

$$\Rightarrow A < B$$

$$\text{Ответ: } A < B.$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$$(ab)c = a(bc)$$

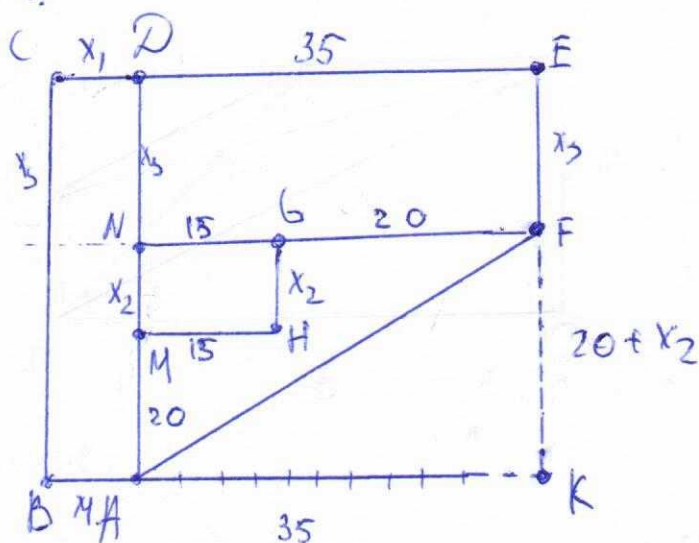
$$E = mc^2$$



ШИФР

4 0 3 4 6

№ 6.



$$S = 1600 \text{ м}^2$$

$$MH = 15 \text{ м}$$

$$MH = GF = 20 \text{ м}$$

$$x_2 \geq 10$$

Найти

$$BK, KE, GH = ?$$

$P_{\min}$

Решение:

$$S_{ABCO} + S_{NMHG} + S_{DNFE} = 1600$$

$$(20 + x_2 + x_3)x_1 + 15x_2 + 35x_3 = 1600$$

$$20x_1 + x_2x_1 + x_3x_1 + 15 \cdot x_2 + 35x_3 = 1600$$

$$20x_1 + x_2(x_1 + 15) + x_3(x_1 + 35) = 1600$$

$$\text{Забор } CE + EF + AF + AB + BC$$

$$x_1 + 35 + x_3 + \sqrt{(20 + x_2)^2 + 35^2} + x_1 + 20 + x_2 + x_3$$

$$2(x_1 + 35) + x_2 + 55 + \sqrt{(20 + x_2)^2 + 35^2}$$

$$x_{2 \min} = 10$$

$$\text{Забор } 2(x_1 + x_3) + 65 + \sqrt{2125}$$

$$20x_1 + 10x_1 + 150 + x_3x_1 + 35x_3 = 1600$$

$$30x_1 + x_3x_1 + 35x_3 = 1450$$

$$x_1 = \frac{1450 - 35x_3}{30 + x_3} = 35 + \frac{400}{30 + x_3}$$

$$x_1 + x_3 = x_3 + 35 + \frac{400}{30 + x_3}$$

$$x_1 + x_3 = 35 + \frac{400}{20} = 35 + 20 = 55$$

$$x_1 + x_3 = 35 + 13,3(3) = 48,3(3)$$

$$\text{Забор } (48,3(3)) \cdot 2 + 65 + 5\sqrt{85} = 96,6(6) + 65 + 5\sqrt{85} = 161,6(6) + 5\sqrt{85}$$

$$= 161,6(6) + 5\sqrt{85}$$

Тогда

$$BK \approx 35$$

$$KE \approx 30$$

$$GH = 10$$

$$\text{Ответ: } P_{\min} \text{ забора} = 161,6(6) + 5\sqrt{85} \text{ при } x_3 \rightarrow 0 \text{ и } BK \approx 35; KE \approx 30; GH = 10$$

15



$$(ab)c = a(bc)$$

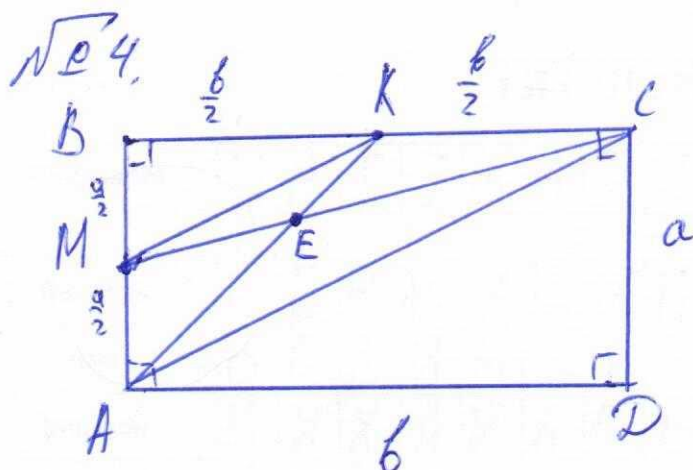
$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 3 4 6



$$S_{MBKE} + S_{AEC}$$

Дока:

$$AM = MB$$

$$BK = KC$$

Решение.

$$1) S_{AEC} = S_{AED} + S_{AEC} \quad S_{AED} = \frac{ab}{2}$$

$$S_{MBKE} = S_{MBK} + S_{MEK} \quad S_{MBK} = \frac{ab}{8}$$

$$2) AC = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$MK = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} = \frac{AC}{2}$$

по неравенству Δ-ка

$$ME + EK > MK \quad AE + EC > AC$$

$$S_{AEC} = \frac{AE \cdot EC \cdot \sin \angle AEC}{2} \quad S_{MEK} = \frac{ME \cdot EK \cdot \sin \angle MEK}{2}$$

$$AE \cdot EC > ME \cdot EK$$

$$AE \cdot EC > ME \cdot EK$$

т.к.

$$AC > MK \Rightarrow S_{AEC} > S_{MBKE}$$

Ответ: $S_{AEC} > S_{MBKE}$. *восклицательный знак*

10