ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

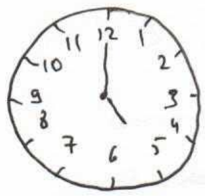
ШИФР 4 0 5 1 5

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	20	20	0					65	шестьдесят пять	Кир

№1



Угол между двумя соседними цифрами равен: $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

Тогда в начальном положении угол между стрелками: 150°

Пусть через время t (мин) стрелки совпадут.

Скорость минутной стрелки: $\frac{360^\circ}{60\,мин}=6^\circ/мин$

Скорость часовой стрелки: $\frac{360^\circ}{12\cdot 60\,мин}=\frac{30^\circ}{60\,мин}=\frac{1}{2}\,^\circ/мин$

Составим ур-е:

$$6\cdot t=\frac{1}{2}t+150$$
$$5\frac{1}{2}t=150$$
$$11t=300$$
$$t=\frac{300}{11}\text{ мин}=27\frac{3}{11}\text{ мин}$$

Ответ: $27\frac{3}{11}$ мин

5

№3

$\begin{cases}x+y=a+1\\ xy=a^2-7a+16\end{cases}$ $\begin{cases}xy=a^2-7a+16\\ x^2+y^2+2xy=a^2+2a+1\end{cases}$ $\begin{cases}xy=a^2-7a+16\\ x^2+y^2=a^2+2a+1-2xy\end{cases}$

$\begin{cases}xy=a^2-7a+16\\ x^2+y^2=a^2+2a+1-2a^2+14a-32 \quad (1)\end{cases}$

(1): $x^2+y^2=-a^2+16a-31$

Рассм. ф-цию $y_1=-a^2+16a-31$ - квадр. ф-ция, ветви ↓ ⇒ наиб. значение вершина

$x_в=\frac{-16}{-2}=8$; $y_в=-64+16\cdot 8-31=-95+128=33=y_{наиб}$

Значит, наиб. значение x^2+y^2 соответствует $y_{наиб}=33$

~~Ответ: 33~~ Т.е. $x^2+y^2=33$

Тогда $33=-a^2+16a-31$

$a^2-16a+64=0$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 5 1 5

№3 (продолжение)

$a^2-16a+64=0$

$(a-8)^2=0$

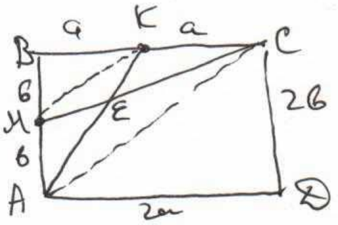
$\boxed{a=8}$

10

$D \neq 0 \Rightarrow a=7$

Ответ: 8.

№4



1)] $BK=KC=a$; $AM=MB=b$, тогда $CD=2b$; $AD=2a$

2) $S_{BMEK}=S_{BMK}+S_{MKE}$, где $S_{BMK}=\frac{ab}{2}$

$S_{AECD}=S_{ACD}+S_{AEC}$, где $S_{ACD}=\frac{2a\cdot 2b}{2}=2ab$

3) MK — средняя линия $\triangle ABC$ по определению, т.е. $MK \parallel AC$

$\angle KAC=\angle AKM$
$\angle ACM=\angle KMC$ (как н/л при $MK \parallel AC$ и сек. AK и MC соотв.)

$\Rightarrow \triangle MKE \sim \triangle CAE$ (по 2м углам)

Из подобия: $\frac{S_{MKE}}{S_{CAE}}=k^2=\left(\frac{MK}{AC}\right)^2$, где по т. Пифагора: $MK=\sqrt{a^2+b^2}$
$AC=\sqrt{4a^2+4b^2}=2\sqrt{a^2+b^2}$

$\Rightarrow \frac{S_{MKE}}{S_{CAE}}=\frac{a^2+b^2}{4(a^2+b^2)}=\frac{1}{4} \Rightarrow S_{CAE}=4S_{MKE}$

4) Тогда $\frac{S_{BKEM}}{S_{AECD}}=\frac{S_{BMK}+S_{MKE}}{S_{ACD}+S_{AEC}}=\frac{\frac{ab}{2}+S_{MKE}}{2ab+4S_{MKE}}=\frac{ab+2S_{MKE}}{4ab+8S_{MKE}}=\frac{1}{4}$,

Значит $S_{AECD} > S_{BKEM}$ в 4 раза

20

Ответ: $S_{AECD} > S_{BKEM}$ в 4 раза

№5

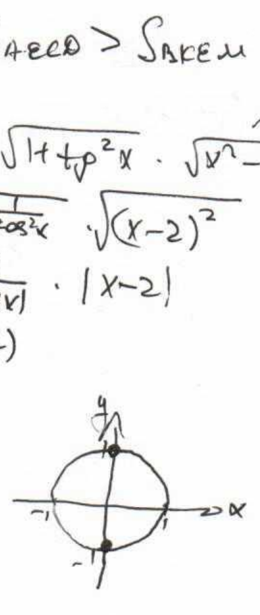
$y=\sqrt{1-\sin^2\alpha}\,\sqrt{1+tg^2 x}\cdot\sqrt{x^2-4x+4}$

$y=\sqrt{\cos^2 x}\,\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}\cdot\sqrt{(x-2)^2}$

$y=|\cos x|\frac{1}{|\cos x|}\cdot|x-2|$

$\begin{cases} y=|x-2| & (2)\\ \cos x\neq 0 & (1)\end{cases}$

(1): $\cos x \neq 0$



$x \neq \frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(a\cdot b)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

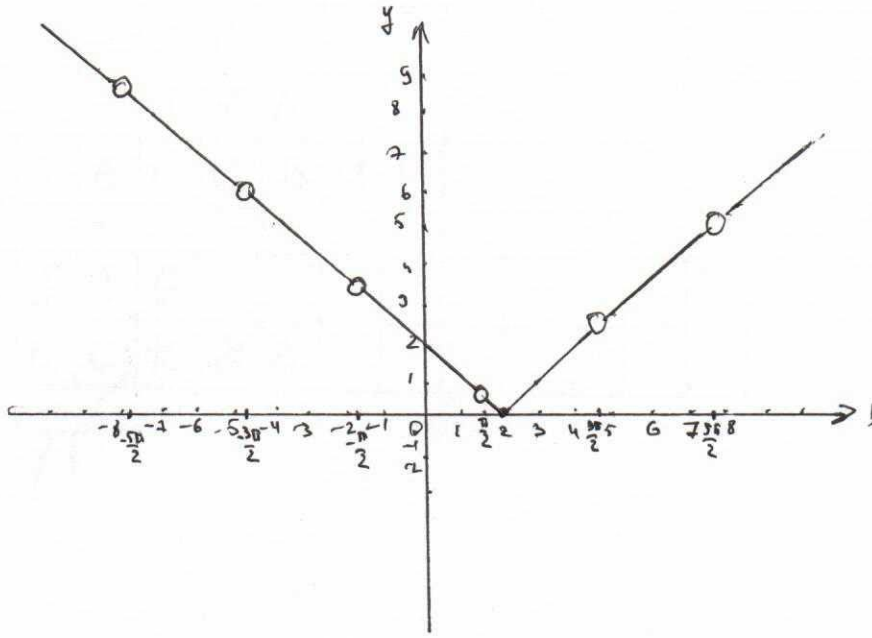
ШИФР 4 0 5 1 5

№5 (продолжение)

(2): $y=|x-2|$ получим из гр-ка $y=x-2$ симметр. отр. относ. оси ox части $y<0$

$y=x-2$ — лин. ф-ция

x	0	1
y	-2	-1



20

№2

$\sqrt{2018}+\sqrt{2020} \land 2\sqrt{2019} \quad |\uparrow^2$

$(\sqrt{2018}+\sqrt{2020})^2 \land 4\cdot 2019$

$2018+2020+2\sqrt{2018\cdot 2020} \land 2\cdot 4038$

$4038+2\sqrt{2018\cdot 2020} \land 2\cdot 4038 \quad |-4038$

$2\sqrt{2018\cdot 2020} \land 4038 \quad |:2$

$\sqrt{2018\cdot 2020} \land 2019 \quad |\uparrow^2$

$2018\cdot 2020 \land 2019^2$, где $2018\cdot 2020 = 4076360$;

$2019^2 = 4076361$;

$\Rightarrow 2018\cdot 2020 < 2019^2$

Значит, $\sqrt{2018}+\sqrt{2020} < 2\sqrt{2019}$, т.е. $A<B$

10

Ответ: $A<B$