

ШИФР

4 5 5 9 6

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МТТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15 10	20	15	5					40 65	сорок шестьдесят пять	Кеш- Кеш-

Ш1.



Начальное расстояние = Начальный угол = $\frac{5}{6} \cdot 180 = 150^\circ$

Угловая скорость мин. стрелки = $360^\circ/\text{ч}$.

Угловая скорость часовой стрелки = $\frac{1}{6} \cdot 180^\circ = 30^\circ/\text{ч}$.

Скорость сближения = $360 - 30 = 330^\circ/\text{ч}$.

$S' = V \cdot t$, где S' - нар. угол.

$$150 = 330 \cdot t$$

$$t = \frac{15}{33} = \frac{5}{11} \text{ ч.}$$

Ответ: через $\frac{5}{11}$ часа.

Ш2.

$A \vee B$ при $A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$ и $B = 2\sqrt{2019}$.

$$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} \vee 2\sqrt{2019}$$

$$2018 + 2020 + 2\sqrt{2018 \cdot 2020} \vee 8076$$

$$2\sqrt{2018 \cdot 2020} \vee 4038$$

$$\sqrt{2018 \cdot 2020} \vee 2019$$

Пусть $2019 = x$, тогда $\sqrt{2018 \cdot 2020} = \sqrt{(x-1)(x+1)}$

$$\sqrt{(x-1)(x+1)} \vee x$$

$$x^2 - 1 \vee x^2$$

$$-1 \vee 0 \Rightarrow \sqrt{2018} \vee \sqrt{2020} \quad A < B$$

-1 < 0
Ответ: $A < B$.

ШИФР

4 5 5 9 6

Ш3.

$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$$

$$x^2+y^2 = x^2+y^2+2xy-2xy = (x+y)^2-2xy = (a+1)^2-2(a^2-7a+16) = a^2+2a+1-2a^2+14a-32 = -a^2+16a-31$$

$f = -a^2+16a-31$ - квадратичная функция, график - парабола ветви вниз $\Rightarrow$ наибольшее значение достигается в вершине.

$$a_{\text{в}} = \frac{-16}{-2} = 8$$

$x, y \in \mathbb{R}_+$
 $xy > 0$!

10

$$f(8) = -8^2 + 16 \cdot 8 - 31 = -64 + 128 - 31 = 33$$

Ответ: наибольшее значение достигается при $a=8$.

Ш4.

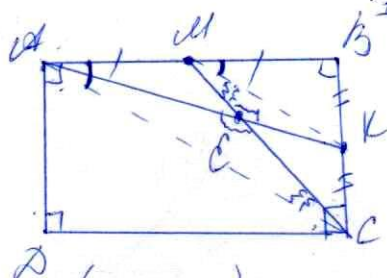
Дано:

ABCD - прямоугольник
 $M \in AB, AM=BM$
 $K \in BC, KB=KC$
 $AK \cap CM = E$

Сравнить:

S_{MBKE} и S_{AECD}

Решение:



1. $\triangle AME = \triangle CDE$ (по 3 сторонам)

$AM = CD$
 $ME = DE$ } противополож. стороны в прямоугольнике

AE - общая $\Rightarrow S_{\triangle AME} = S_{\triangle CDE}$

2. $\triangle ABC$, MK - средняя линия

(по дано) $\Rightarrow MK \parallel AC$ и $MK = \frac{1}{2} AC$

3. $\triangle AME \sim \triangle MKC$ (по 2 углам)

$\angle B$ - общий

$\angle MAC = \angle MKC$ (соответственные при $MK \parallel AC$ и секущей AB)

$\Rightarrow S_{\triangle AME} : S_{\triangle MKC} = k^2$, где $k = \frac{1}{2}$ (т.к. $MK = \frac{1}{2} AC$ (п.2))

$$S_{\triangle AME} : S_{\triangle MKC} = 4 \quad (S_{\triangle AME} = S_{\triangle CDE} \text{ (п.1)})$$

4. $\triangle AEC \sim \triangle KEM$ (по 2 углам)

$\angle AEC = \angle KEM$ (вертикальные)

$\angle ACE = \angle KME$ (накрест лежащие при $AC \parallel MK$ и секущей MC)

$$S_{\triangle AEC} : S_{\triangle KEM} = k^2, \text{ где } k = 2 \text{ (т.к. } MK = \frac{1}{2} AC \text{ (п.2))} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle KEM}} = 4$$

$$S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle KEM}, \quad S_{MBKE} = S_{\triangle MKC} + S_{\triangle KME} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{4} S_{\triangle AEC} \text{ (из п.3,4)} \Rightarrow$$

$$S_{\triangle AEC} : S_{MBKE} = \frac{S_{\triangle AEC} + S_{\triangle KEM}}{\frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{4} S_{\triangle AEC}} = 4$$

Ответ: $S_{\triangle AEC}$ в 4 раза больше S_{MBKE} .

20



ШИФР

4 5 5 9 6

Ш5.

$$y = \sqrt{1 - \sin^2 x} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$ (по основному тригонометрическому свойству)

$$1 + \tan^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

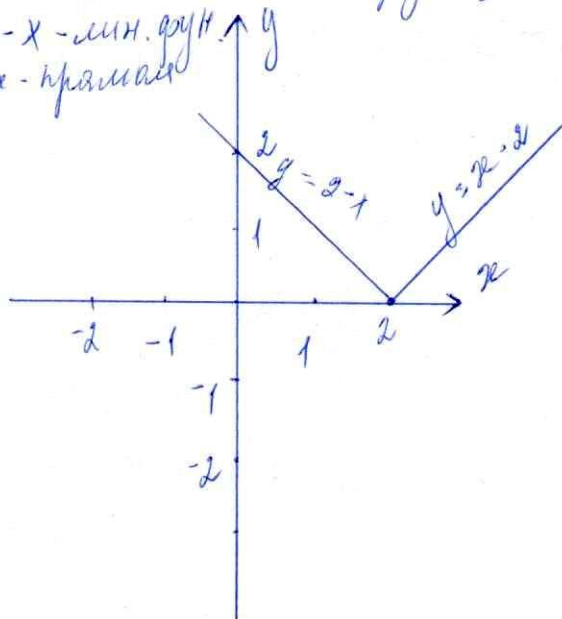
$$y = \sqrt{\cos^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}} \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$\cos x \neq 0$!

$$y = \sqrt{(x-2)^2}, y \geq 0$$

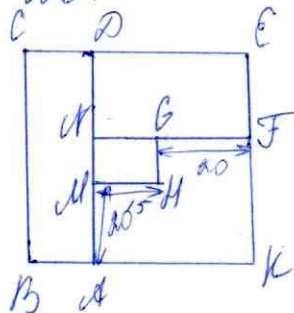
$y = x - 2$ - линейная функция, график - прямая.

$y = 2 - x$ - лн. функ.
график - прямая



15

Ш6.



Пусть $GF = y$, $BF = x$.

$$\text{Погда } S = y \cdot 35 + 15 \cdot GH + x(20 + GH + y)$$

Челю бо же боже равно GH , тогда $GH + GF + MH + MA =$
 $= AK + KF \Rightarrow$ От длины GH не зависит длина
зажат оградения. (т.е. оградение по длине

равно $CE + EK + KB + BE$) При увеличении GH EF умень-
шается, и наоборот.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

4 5 5 9 6

$L = 2BK + 2EK \Rightarrow BK + EK = BK + 35 + GN + 20 + EF$ - должно
быть минимальным $\Rightarrow BK + GN + EF$ должно быть
минимальным. $\Rightarrow S_{\text{всего}} \text{ минимальна}$

$$S_{\text{всего}} = EF \cdot 35 + BK \cdot 20 + GN \cdot 15 = 1600$$

$$BK \cdot EK = 1600 + 20 \cdot GN + 20 \cdot 35$$

$$BK + EK = BK + 35 + 20 + EF + GN$$

$$1600 = y \cdot 35 + 15 \cdot GN + x(20 + GN + y)$$

$$1600 = (35 + x)y + 15GN + 20x + GN \cdot x$$

$$y = \frac{1600 - 15GN - 20x - GN \cdot x}{35 + x}$$

$$\frac{1600 - 15GN - 20x - GN \cdot x + 35GN}{35 + x}$$

$$P = y + 35 + GN + 20 + x =$$

$$+ \frac{GN \cdot x + 20 \cdot 35 + 20x + 35x + x^2 + 35^2}{35 + x} = \frac{1600 + GN(20 - x) + GN \cdot 20 + 700 + 35x + x^2 + 1225 + 35x}{35 + x}$$

$$+ \frac{700 + 35x + x^2 + 1225 + 35x}{35 + x} = \frac{3525 + GN \cdot 20 + 70x + x^2}{35 + x}$$

?