ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 6 | 1 | 1 | 8 |

Класс 10 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	20	20	10					75	семьдесят пять	[illegible]

№1

$V_м = \frac{1 об}{60 мин} = \frac{1}{60}$

$V_ч = \frac{1 об}{60 \cdot 12 мин} = \frac{1}{720}$

$\frac{5}{12} + t \cdot V_ч = t \cdot V_м$

(оборота)

$\frac{5}{12} + t \cdot \frac{1}{720} = t \cdot \frac{1}{60} \quad | \cdot 720$

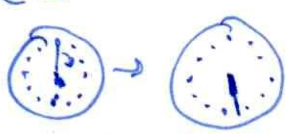
$300 + t = 12t$

$11t = 300$

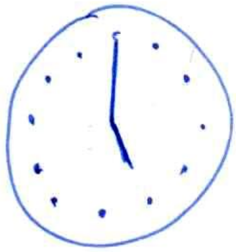
$t = \frac{300}{11}$ мин

догонит I раз

$t < 60$ мин



$t \approx 30$ мин



$V_м \Delta t = 1 + V_ч \Delta t$

$\frac{1}{60} \Delta t = 1 + \frac{1}{720} \Delta t \quad | \cdot 720$

$12 \Delta t = 720 + \Delta t$

$11 \Delta t = 720$

$\Delta t = \frac{720}{11}$ (мин)

5

Интервал между встречами стрелок

Ответ: I раз стрелки встречаются через $\frac{300}{11}$ минут после начала отсчета (5 часов 0 минут) и будут встречаться каждые $\frac{720}{11}$ минут после I-ого раза.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 1 8

№2

$A=\sqrt{2018}+\sqrt{2020}$ $B=2\sqrt{2019}$

$A \vee B$

Решим задачу в общем виде

$\overset{A}{\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}} \vee \overset{B}{2\sqrt{k}}$

$k-1+k+1+2\sqrt{k^2-1} \vee 4k$ $\begin{matrix}A>0\\B>0\end{matrix}$ | верно

$k+\sqrt{k^2-1} \vee 2k$

$\sqrt{k^2-1} \vee k$ $k>0$ | верно

$\underset{A}{k^2-1} < \underset{B}{k^2}$

$A<B$

Ответ: $A<B$;

10

№3

$\begin{cases}x+y=a+1\\xy=a^2-7a+16\end{cases}$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(a+1)^2-2a^2+14a-32=$

$=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=$

$=-a^2+16a-31$ – парабола ветвями вниз

$f(a)=-a^2+16a-31$

принимает наибольшее значение в вершине

$a_B=\frac{-16}{-2}=8$

$\boxed{x_B=\frac{-b}{2a}}$

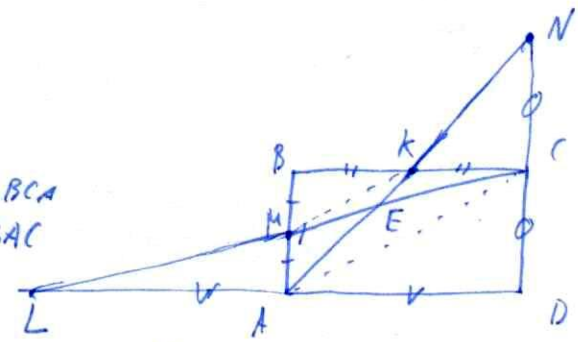
15

Ответ: при $a=8$

№4

$(MC)\cap(AD)=L$

$(AK)\cap(CD)=N$



1. $\triangle MBK \sim \triangle ABC$ по 2-ум углам

$MK \parallel AC$ т.к. ср. лин. $\Rightarrow$ $\begin{matrix}\angle BKM=\angle BCA\\ \angle BMK=\angle BAC\end{matrix}$

$k=\frac{BM}{AB}=\frac{1}{2}$ $\frac{S_{MBK}}{S_{ABC}}=k^2=\frac{1}{4}$

$S_{ABC}=S_{ACD}$: $AB=CD$, $BC=AD$, $\angle ABC=\angle CDA=90°$, т.к. $ABCD$ - прямоуг

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 7 7 8

$\frac{S_{MBK}}{S_{ACD}} = \frac{1}{4}$

2. ~~$\triangle LAM \sim \triangle LDC$ по 2-ум углам~~ ~~$MA \parallel CD$, т.к. ABCD прямоуг.~~ $\Downarrow$ ~~$\angle DAM = \angle LDC = 90°$~~ ~~$\angle MAL = 180 - \angle MAD = 90°$~~ $\angle LAM = \angle LDC$

~~$k = \frac{AM}{CD} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$~~ $\angle CLD$ - общий

~~$AB = CD$, т.к. ABCD прямоуг.~~

~~$LD \cdot k = LA$~~

~~$LD = 2LA$~~

~~A - серед LD $\Rightarrow \frac{LA}{AD} = \frac{1}{1}$~~

~~$KC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2} = \frac{LD}{2 \cdot 2} = \frac{AL}{2}$~~

~~$\triangle LEA \sim \triangle CEK$ по 2-ум углам~~ ~~$\angle LEA = \angle KEC$ как вертик.~~ ~~$\angle LAE = \angle CKE$ накрест. леж. $BC \parallel AD$~~

~~$k = \frac{AL}{KC} = \frac{2}{1} = \frac{AE}{EK} = \frac{2}{1}$~~

$\triangle MKE \sim \triangle CEA$ по 2 углам : $\angle MEK = \angle AEC$ т.к. верт. $\angle MKA = \angle KAC$ накр. леж. $MK \parallel AC$

$k = \frac{MK}{AC} = \frac{1}{2}$ т.к. MK сред. лин.

20

$\frac{S_{\triangle MKE}}{S_{\triangle AEC}} = k^2 = \frac{1}{4}$

3. $\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}} = \frac{S_{MBK} + S_{MKE}}{S_{ACD} + S_{AEC}} = \frac{S_{MBK} + S_{MKE}}{4S_{MBK} + 4S_{MKE}} = \frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{1}{4}$

N5

$y = \sqrt{1-\sin^2 x} \cdot \sqrt{1+tg^2 x} \cdot \sqrt{x^2-4x+4}$

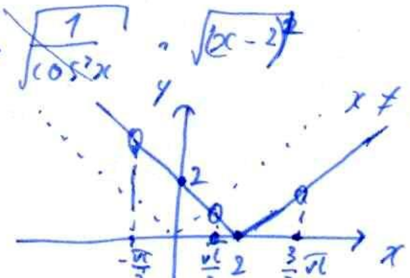
$y = \sqrt{\cos^2 x} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \cdot \sqrt{(x-2)^2}$

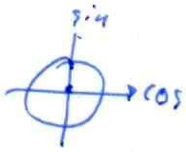
ОДЗ: $\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$

$y = |x-2|$

сдвиг. гр. $y=|x|$ вправо на 2





выколотые точки при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$

20

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 6 | 1 | 1 | 8 |

№6

$1600 = AB\cdot CB + DE\cdot EF + 15\cdot GH = (KB-35)EK + 35(KE - BH - 20) + 15\cdot GH$
$= KB\cdot EK - \cancel{35EK} + \cancel{35EK} - 35GH - 700 + 15GH = KB\cdot EK - 20GH - 700$

$P = BC + CE + EF + FG + GH + MH + AM + AB = EK + BK + EK - 20 - GH + 20 + GH + 15 + 20 + BK$
$- 15 - 20 = 2EK + 2BK = 2(EK + BK)$

$P = 2(EK + BK)$

$BK\cdot EK - 20GH - 2300 = 0$ $BK\cdot EK = 20GH + 2300$

$EK > 0$ $BK > 0$

P будет наименьшим, когда EK+BK − наименьш, когда EK·BK − наим, когда 20GH − 2300 наим, когда GH − наим.

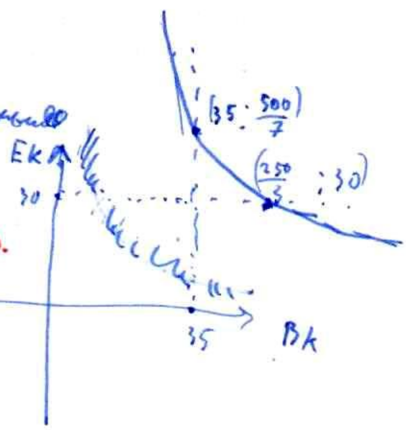
а наименьшее GH − 10 м

$BK\cdot EK = 200 + 2300 = 2500\ (м^2)$ − наименьшее

$BK \geq 35$

$EK \geq 20 + GH \Rightarrow EK \geq 30$

$P = 2\left(EK + \frac{2500}{EK}\right) \geq 2\cdot\sqrt{EK\cdot\frac{2500}{EK}} = 100.$



~~$EK\cdot\frac{P}{2} = EK^2 + 2500$~~

$P = 100\left(\frac{EK}{50} + \frac{50}{EK}\right)$ сумма взаимообратных чисел не меньше 1 и возрастает с увеличением EK

с BK аналогично $P = 100\left(\frac{BK}{50} + \frac{50}{BK}\right)$ чем меньше BK и EK тем меньше P, подставим BK и EK наим.

EK: $P = 100\left(\frac{30}{50} + \frac{50}{30}\right) = 100\cdot\frac{34}{15} = \frac{680}{3}$ (м)

BK: $P = 100\left(\frac{35}{50} + \frac{50}{35}\right) = 100\cdot\left(\frac{7}{10} + \frac{10}{7}\right) = \frac{149}{70}\cdot 100 = \frac{1490}{7}$ (м)

P_{EK} V P_{BK}

$\frac{680}{3}$ $\frac{1490}{7}$ $|\cdot 21$

$4760 > 4470$

$P_{EK} > P_{BK}$

P минимальный при EK = 30 $BK = \frac{2500}{30} = \frac{250}{3}$

Ответ: EK = 30 м; $BK = \frac{250}{3}$ м; GH = 10 м; $P = \frac{680}{3}$ м

10