ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 3 1 4

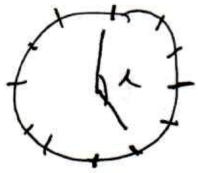
Класс 10 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ им Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	10	20	10					65	шестьдесят пять	Ким

№1

В начальном положении угол между часовой и минутной:



$$\angle = 5 \cdot \frac{360^\circ}{12} = 150^\circ$$

За 1 час минутная пройдет угол в 360°, т.е. её скорость равна $\frac{360^\circ}{1}$; часовой — $\frac{30^\circ}{1}$;

Получим: $150^\circ + \frac{30^\circ}{1} \cdot t = \frac{360^\circ}{1} \cdot t$, где $[t]$ = час;

$150^\circ = 330^\circ \cdot t \Rightarrow t = \frac{150^\circ}{330^\circ} = \frac{5}{11}$ часа

Ответ: $\frac{5}{11}$ часа

№2

$A \vee B$

$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} \vee 2\sqrt{2019}$, т.к. обе части неотрицательны, то возведём их в квадрат:

$$\cancel{2018 + 2020} + \cancel{2} \cdot \sqrt{2018 \cdot 2020} \vee \underline{\cancel{2 \cdot 2019}} + \cancel{2} \cdot 2019$$

$\sqrt{2018 \cdot 2020} \vee 2019$, ещё раз возводим в кв-т:

$$2018 \cdot 2020 \vee 2019^2$$

$$(2019-1)(2019+1) \vee 2019^2$$

$$2019^2 - 1 \vee 2019^2$$

$$2019^2 - 1 < 2019^2 \Rightarrow A < B$$

10

Ответ: $A < B$.

ШИФР 4 6 3 1 4

№ 3

$x^2+y^2 = x^2+2xy+y^2-2xy = (x+y)^2-2xy = (a+1)^2-2(a^2-7a+16) =$

$= a^2+2a+1-2a^2+14a-32 = -a^2+16a-31$

10

Рассм. ф-ию: $f(a) = -a^2+16a-31$ – парабола, ветви вниз => максимальное знач. достигается при $a_1 = \frac{-16}{(-1)\cdot 2} = 8$;

$f(a_1) = f(8) = -64+128-31 = 33$, т.е. $x^2+y^2 \le 33$.

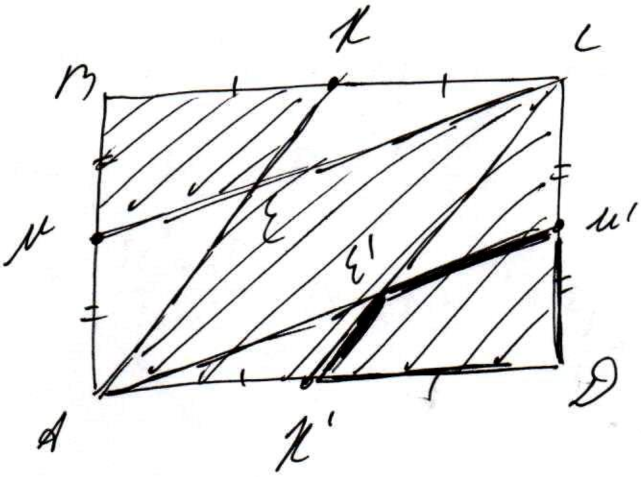
$D \ge 0$ $a=7$

Ответ: 8.

№ 4

Дано
ABCD – прямоуг.
M – сер AB
K – сер BC
$AK \cap CM \equiv E$

$S_{MBKE} \vee S_{AECD}$



1) Д.п. K' – сер AD
M' – сер CD
$CK' \cap AM' \equiv E'$

2) $CK = AK'$, $CK \parallel AK'$ } т.к. ABCD – прямоуг. =>

тогда: AKCK' – паралл. по признаку.

$AK \parallel CK'$

10

3) аналогично $CM \parallel AM'$.

4) Из параллельности вышеописанных прям следует, что K'E'M'D полностью лежит в AECD =>

$S_{K'E'M'D} < S_{AECD}$, но в силу симметрии от AC

$MBKE = M'DK'E$ => $S_{MBKE} = S_{M'DK'E}$, т.е. $S_{AECD} > S_{MBKE}$

Ответ: $S_{AECD} > S_{MBKE}$.

во сколько раз?

ШИФР 4 6 3 1 4

№5

$y=\sqrt{1-\sin^2x}\cdot\sqrt{1+tg^2x}\cdot\sqrt{x^2-4x+4}$;

$y_1=\sqrt{1-\sin^2x}$ $\mathcal{D}_{y_1}=R$

$y_1=\sqrt{1-\sin^2x}=\sqrt{\cos^2x}=|\cos x|$

$y_2=\sqrt{1+tg^2x}$; $\mathcal{D}_{y_2}=R\setminus\{\frac{\pi}{2}+\pi k\}, k\in Z$.

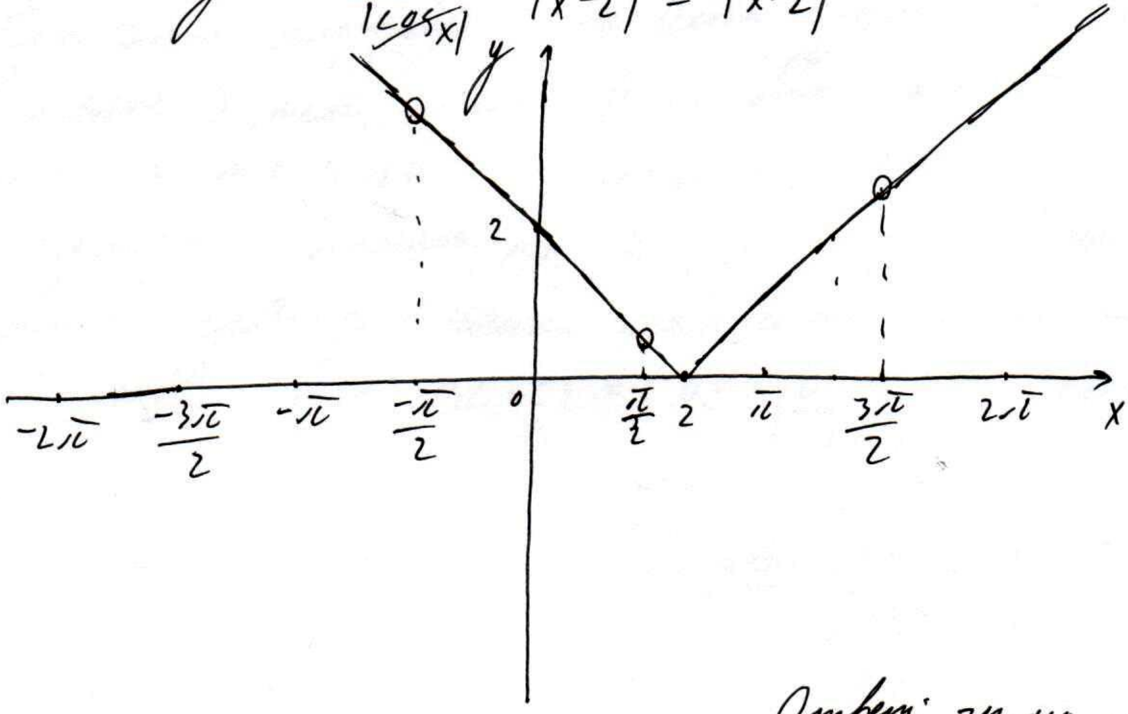
$y_2=\sqrt{1+tg^2x}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2x}}=\frac{1}{|\cos x|}$

$y_3=\sqrt{x^2-4x+4}=|x-2|$ $\mathcal{D}_{y_3}=R$.

Получаем: $\mathcal{D}_y=R\setminus\{\frac{\pi}{2}+\pi k\}, k\in Z$;

20

$y=\frac{\cancel{|\cos x|}}{\cancel{|\cos x|}}\cdot|x-2|=|x-2|$

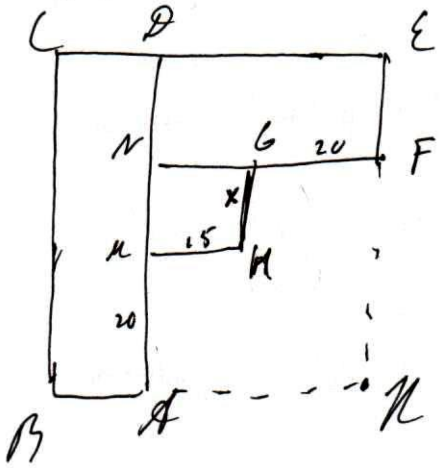


Ответ: гр-ик построен.

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 3 1 4

№6



Длина ограждения: $p = CD+DE+EF+FG+GH+HM+MA+AB+BC$;

периметр прямоугольника $BCEK$: $P = CD+DE+EF+FK+AK+AB+BC$

Но $\begin{cases} AK = NF = GF+NG = GF+MH & \text{- в силу } \parallel\text{-и} \\ KF = AN = MN+AM = AM+HG \end{cases}$

т.е. $p=P$, т.е. найдём наименьший периметр прямоугольника $BCEK$.

Рассм. многоуг-к: $AMHGFK$.

$S = (20+15)\cdot 20+20\cdot x = 700+20\cdot x$, где $x \geq 10$

При этом площадь S не используется лагерем => чем меньше S, тем меньше P и p соотв., а S тем меньше, чем меньше x, т.е. $x=10 \Rightarrow S = 900$ кв. м

10

Суммарн. площадь $BCEK$ $1600+900=2500$ кв.м., но периметр прямоугольника наименьший, когда это квадрат (при $S=const$)., т.е. $BC=CE=50$ м $\Rightarrow \begin{cases} EF = 20\text{м} \\ AB = 15\text{м} \end{cases}$ а $p=P=50\cdot 4 = 200$ м

Ответ: наим. длина 200м;
$BK = 50$м;
$KE = 50$м;
$GH = 10$м.