

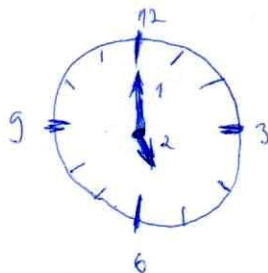
Класс 10

Вариант 11

Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	20	15	8					65	шестьдесят пять	Кичу-



N1

~~Скорость движения стрелки~~
Пусть стрелка 1-минутная, стрелка 2-часовая.

Период обращения стрелки 1: $T_1 = 1$ ч, а
стрелки 2: $T_2 = 12$ ч. Значит первая стрелка проворачивается

$$\nu_1 = \frac{1}{T_1} = 1 \text{ оборот за час, а вторая } \nu_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{12} \text{ оборота за час.}$$

За время t стрелки пройдут $\nu_1 t$ и $\nu_2 t$ оборотов. Они встретятся, когда их разность будет равна 5 (т.е. 5 часов), значит:

$$\nu_1 t = \nu_2 t + \frac{5}{12}$$

$$1 \cdot t = \frac{1}{12} \cdot t + \frac{5}{12} \quad | \cdot 12$$

$$12t = t + 5$$

$$11t = 5$$

$$t = \frac{5}{11} \text{ ч}$$

$$\text{ответ: } \frac{5}{11} \text{ ч}$$

5



ШИФР

4 5 0 0 7

$\sqrt{2}$

$$A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$$

$$B = 2\sqrt{2019}$$

$$\text{м.к. } \left. \begin{array}{l} \sqrt{2018} > 0 \\ \sqrt{2019} > 0 \\ \sqrt{2020} > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A > 0 \\ B > 0 \end{array}$$

1.

$$A^2 = (\sqrt{2018} + \sqrt{2020})^2 = 2018 + 2020 + 2\sqrt{2020 \cdot 2018} = 4038 + 2\sqrt{2020 \cdot 2018} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A^2 - 4038 = 2\sqrt{2020 \cdot 2018} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (A^2 - 4038)^2 = 2020 \cdot 2018 \cdot 4$$

Положим $n = 2019$, тогда

$$(A^2 - 4038)^2 = 4(n+1)(n-1) = (n^2 - 1)4 = 4n^2 - 4$$

2. $B^2 = 4 \cdot 2019 = 4038$

$$B^2 = 4 \cdot 2019 = 2 \cdot 4038 = 4038 + 4038 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B^2 - 4038 = 4038 = 2019 \cdot 2 = 2n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (B^2 - 4038)^2 = 4n^2$$

$$4B^2 - 4 < 4n^2 \text{ (м.к. вычитаемая 4)}$$

$$(A^2 - 4038)^2 < (B^2 - 4038)^2, \text{ м.к. } A^2 - 4038 = 2\sqrt{2020 \cdot 2018}, \text{ то } A^2 - 4038 > 0$$

$$\text{м.к. } B^2 - 4038 = 2 \cdot 2019, \text{ то } B^2 - 4038 > 0$$

$$A^2 - 4038 < B^2 - 4038$$

$$A^2 < B^2 \text{ (м.к. } A > 0 \text{ и } B > 0), \text{ то } A < B$$

$$\Rightarrow A < B$$

Ответ: $A < B$

10

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$F = mc^2$$

 $\sqrt{3}$

$$\begin{cases} x+y = d+1 & ; \quad (1) \\ xy = d^2 - 7d + 16 & ; \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = (x+y)^2 - 2xy = (a+1)^2 - 2(a^2 - 4a + 10) =$$

$$= a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 32 = -a^2 + 16a - 31$$

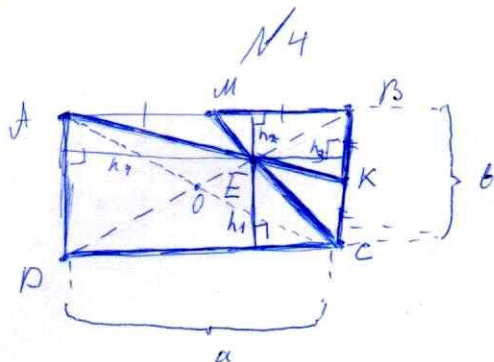
нб. ко-ва, при этом -

$f(a) = -a^2 + 16a - 3$ — парабола, ветви направлены вниз
и ~~минимальная~~ ^{максимальная} значение ~~f имеет~~ при $a = \frac{-16}{-2} = 8$

$$f_{\max} = -(8^2) + 16 \cdot 8 - 31 = -64 + 128 - 31 = 64 - 31 = 33$$

м.к. $x^2 + y^2 = -a^2 + 16a - 31$, но ~~минимальное~~ ^{максимальное} значение $x^2 + y^2$ это 33, при $a = 8$. ② $710 \Rightarrow a = 7$

Group Outcomes! 8



Домо!

Дано:
АВСР-прямакут.

$$\mu B = x \mu, \quad \mu \in AB;$$
$$\beta K = K \subset \mathbb{C}, K \in \mathcal{BC};$$
$$E = 4 \text{ кВ см.}$$

Хей ти!

$\frac{\text{SUMRE}}{\text{SUMCH}} - ?$

Решение:

1. Проведём отрезки DE и EB .

Пусть $AB = nc = a$, $AD = nc = b$

[illegible]

~~$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{2} \mu_2$ - величина μ_2 и μ_1 - величина μ_1 ЕДС из μ_1~~

Александрович м.к. а.в.

$$\frac{\int E_{DC}}{\int \mu r_E} = \frac{2}{4} k^2 = 4$$

3. $\triangle AED \sim \triangle EFK$ (m.a.s) $\therefore \frac{AE}{EK} = \frac{ED}{FK}$, here $AE = EK$, $\therefore ED = FK$ ~~and $ED = FK$~~

2. Проведем прямую BQ (предположим, что $B \neq E \notin BQ$):

проверим признак АС. Пусть $O = AC \cap DB$ (пересечение). По св-ву пер-линии: $AO = OC$ (пересечение медиан) $\Rightarrow BO$ — медиана в $\triangle ABC$.

Но по условию: $A \in C \cap M$ — тоже логический $A \in B \cap C$ и $A \in C \cap M = E$, значит $A \in C \cap M \cap B = E$, т.е. $E \in B \cap D$.

ШИФР

4 5 0 0 7

... З. $\triangle MBE \sim \triangle PEC$ (м.к. $\angle MEB = \angle PEC$ как верт., $\angle BME = \angle CEP$, так как м.к. при сск. ME и AC и BC). $\Rightarrow k_1$ - коэффициент подобия, $k_1 = \frac{MB}{PC} = \frac{1a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle MBE}}{S_{\triangle PEC}} = k_1^2 = \frac{1}{4} \text{ или все } \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \text{ (высоты из м.Е)} \left(\begin{array}{l} h_2 - \text{высота } \triangle PEC \\ h_1 - \text{высота } \triangle MBE \end{array} \right)$$

$\triangle EBC \sim \triangle EAD$ (м.к. $\angle EBC = \angle EAD = 2\angle BEC$, как верт. и $\angle BAC = \angle AKB$, так как м.к. при сск. AK и $AD \parallel KB$). $\Rightarrow k_2$ - коэффициент подобия, $k_2 = \frac{BK}{AP} = \frac{1b}{b} = 1 \Rightarrow$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BEK}}{S_{\triangle AED}} = k_2^2 = \frac{1}{4} \text{ или все } \frac{h_3}{h_4} = \frac{1}{2} \text{ (высоты из м.Е)} \left(\begin{array}{l} h_3 - \text{высота } \triangle BEK \\ h_4 - \text{высота } \triangle AED \end{array} \right)$$

$$4. \frac{S_{\triangle MBE}}{S_{\triangle EBC}} = \frac{S_{\triangle MBE} + S_{\triangle BEK}}{S_{\triangle EBC} + S_{\triangle BEA}} = \frac{\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}h_2 + \frac{1}{2}bh_3 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}bh_4} = \dots$$

м.к. $h_1 = 2h_2$
и
 $h_4 = 2h_3$, то:

$$\dots = \frac{\frac{1}{4}(ah_2 + bh_3)}{\frac{1}{2}(a \cdot 2h_2 + b \cdot 2h_3)} = \frac{1(ah_2 + bh_3)}{4(ah_2 + bh_3)} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

20

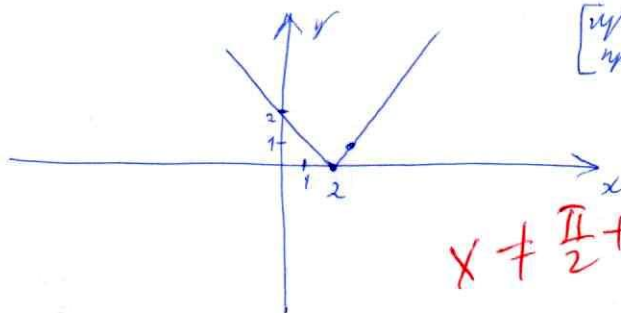
$$y = \sqrt{1 - \sin^2 x} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{\cos^2 x} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} =$$

$$= \sqrt{(x-2)^2} = |\cos x| \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \cdot |x-2| = \frac{|\cos x|}{|\cos x|} \cdot |x-2| =$$

$$= |x-2|$$

Построим график функции $y = |x-2|$

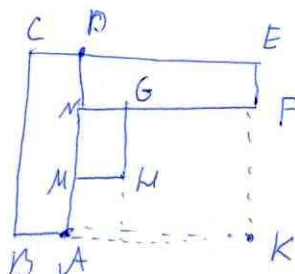
15



$\left[\begin{array}{l} \text{при } x \geq 2, y = x - 2 \\ \text{при } x < 2, y = 2 - x \end{array} \right.$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$$

N 6



Решение!

1. Пусть $GM = c$.

$P_{\text{свекл}} = P_{\text{дв.свекл.}} + P_{\text{дв.свекл.}}$, т.к. $P_{\text{свекл}} = P_{\text{дв.свекл.}} = BC + CE + EK + BK$, т.к.

$$EK = EF + FG + GM + MA; BK = BA + AM + MF.$$

$$S_{\text{свекл}} = 1600 - S_2 - \text{мн. } GM$$

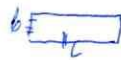
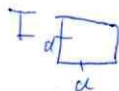
$$S_{\text{свекл}} = 1600 - 35(20+c) - 15c$$

$$S_{\text{свекл}} = 900 - 20c$$

$$S_{\text{свекл}} = 20(45-c)$$

2. $P_{\text{свекл}}$ напрямую зависит от $S_{\text{свекл}}$

~~предположим~~ сравним периметры при $CB = CE$ и $CB \neq CE$:



тогда $S_{\text{свекл}} = \text{const.}$; $S_{\text{свекл}} = a^2$ или $S_{\text{свекл}} = b \cdot c \Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 = bc$$

сравним:

$$P_1 \vee P_2$$

$$4a \vee 2(b+c)$$

$$16a^2 \vee 4(b+c)^2$$

$$4a^2 \vee b^2 + 2bc + c^2$$

$$4bc \vee b^2 + 2bc + c^2$$

$$0 \vee b^2 - 2bc + c^2$$

$$0 \vee (b-c)^2$$

это означает, что $a^2 \geq bc$ (примем $a^2 = bc$ или $b=c$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ мин P , при аб. значениях BC и CK .

$$\Rightarrow CE = \sqrt{S_{\text{свекл}}}; P = 4CE = 4\sqrt{S_{\text{свекл}}} = 4\sqrt{20(45-c)}$$

т.к. $GM = c$

$GM \geq 10$, то $P_{\text{мин}}$ при $GM = 10 \Rightarrow$

$$P_{\text{мин}} = 4 \cdot \sqrt{20 \cdot 35} = 4 \cdot 10\sqrt{7} = 40\sqrt{7}$$

тогда $40\sqrt{7} \approx 10 \cdot 10\sqrt{7} \approx 10\sqrt{7}$

$$GM = 10; KE = BK = \frac{P_{\text{мин}}}{4} = 10\sqrt{7}$$