

ШИФР

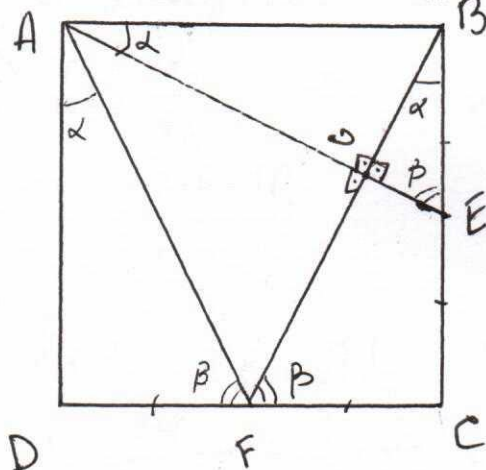
4 1 7 5 6

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	10	20	20	5					64	шестьдесят четыре	Кеш

84 (Дано: $ABCD$ - квадрат; E - с.р. BC , F - с.р. DC , $AE \cap BF = G$. Найти: сравнить S_{ABG} и S_{BECF} .



Решение:

1) т.к. $AB=BC=CD=AD=a$, и E, F - середины, то

$$BE=EC=FC=DF=\frac{a}{2}$$

2) Пусть $\angle EAB = \alpha$, $\angle ABE = \beta$.

3) $\triangle ADF \sim \triangle FCB \sim \triangle ABE$ по двум катетам.

$$DF=FC=BE, AB=BC=DA.$$

$$\angle FAD = \angle FBC = \angle BAE = \alpha$$

$$\angle AEB = \angle BEC = \angle AFD = \beta$$

$$\alpha + \beta \neq 90^\circ \neq 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

5) $\triangle BGE$, $\angle BGE = 180 - \alpha - \beta = 90^\circ$, $BF \perp AE$

$$6) S_{AFCE} = S_{AMED} - S_{AFD} - S_{ABE} = a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$7) \triangle FBC, BF = \sqrt{FC^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

по Пиф.

8) $\triangle BGE \sim \triangle FBC$ по 2-м углам.

$$\frac{BE}{BF} = \frac{GE}{FC} = \frac{BG}{BC} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow GE = \frac{a}{2\sqrt{5}}; S_{BGE} = \frac{a^2}{20}$$

$$9) S_{AGF} = S_{AFCE} - S_{BGE} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{20} = \frac{9a^2}{20}$$

$$10) S_{FGEC} = S_{FBC} - S_{BGE} = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{20} = \frac{a^2}{5}$$

$$11) \frac{9a^2}{20} - \frac{a^2}{5} = \frac{3a^2}{10} \Rightarrow S_{AGF} > S_{FGEC}$$

$$12) S_{BECF} = S_{ABCD} - S_{ABE} - S_{FDC} = a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

20

Д1

1) Числовая скорость часовой стрелки $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \frac{\text{град.}}{\text{мин.}}$

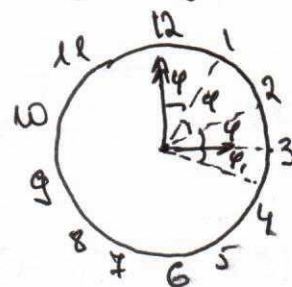
Числовая скорость минутной $\omega_1 = \frac{\varphi}{t_1} = \frac{30}{5} = 6 \frac{\text{град.}}{\text{мин.}}$
 $\varphi_2 = \frac{360}{12}$

2) Когда минутная стрелка догонит часовую пройдет одинаковое время t_2

При этом часовая пройдет угол φ_1 ,
а минутная $3\varphi + \varphi_1$

$$\omega = \frac{\varphi_1}{t_2} \Rightarrow \varphi_1 = \omega \cdot t_2$$

$$\omega_1 = \frac{3\varphi + \varphi_1}{t_2}$$



$$\omega_1 t_2 = 3\varphi + \omega t_2$$

$$t_2 = \frac{3\varphi}{\omega_1 - \omega} = \frac{3 \cdot 30}{6 - 0.5} = \frac{90}{5.5} = \frac{180}{11} \text{ мин.}$$

Ответ: через $t_2 = \frac{180}{11}$ минут $\approx 16.4 \text{ мин} \approx 16 \text{ мин } 24 \text{ сек.}$

Д3

$$\begin{cases} x+y = a-5 \\ xy = a^2 - 7a - 14 \end{cases} \quad x^2 + y^2 = \max - ?$$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ подставим зн. из системы.

$$(a-5)^2 - 2(a^2 - 7a - 14) = -a^2 + 12a - 27 = -(a-3)(a-9) \text{ — параб. ветви вниз}$$

Кембольшее зн. принимает в т. экстремумов.

т.к. $A < 0$

$$ab = a^2 - \frac{b^2}{2A}, \text{ где } a, b - \text{коэф при } a^2 \text{ и } a; a = -\frac{12}{-2} = 6$$

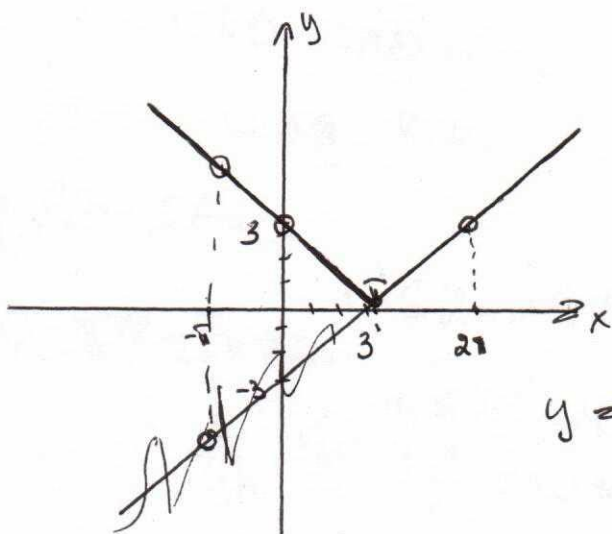
Ответ: при $a = 6$.

$\varphi = 0 = 71$
 $a = 5$

55

$$y = \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

$$Dy = \begin{cases} 1 - \cos^2 x \geq 0 \\ 1 + \tan^2 x \geq 0 \\ (x-3)^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x \leq 1, \cos x \in [-1, 1], x \in \mathbb{R} \\ x \in \mathbb{R} \setminus \{\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}\} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi n, n \in \mathbb{Z}\}$$



20

$$y = \sqrt{\sin^2 x} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \cdot \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$$

$$y = \sqrt{\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} \cdot (x-3)^2} = |x-3|$$

$$\frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{при } x \geq 3 - y = x - 3$$

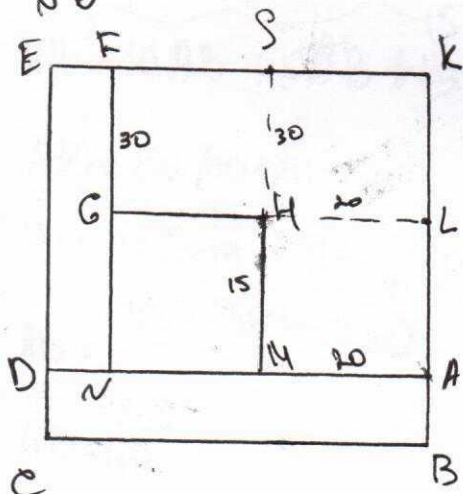
$$y = |x-3| - \text{получен}$$

$$\text{при } x < 3 -$$

мы получили - сим. отр. отн. от осей координат.

но не обр. отн. от осей.

56



$$S_{\text{вн}} = 2400 \text{ м}^2$$

$$S_{\text{вн}} = S_{\text{ABCEK}} - S_{\text{FGH}} - S_{\text{SULK}} - S_{\text{MKLA}} =$$

$$= EK \cdot KB - FG \cdot GH - FG \cdot HA - KM \cdot MA =$$

$$= EK \cdot KB - FG \cdot GH - 30 \cdot 20 - 15 \cdot 20 = 2100$$

$$EK \cdot KB - 30 \cdot GH - 600 - 300 = 2100$$

$$EK \cdot KB - 30 \cdot GH = 1200$$

$$(EF + FS + SK)(FG + KM + AB) - 30 \cdot GH = 1200$$

$$(EF + GH + 20)(30 + 15 + AB) - 30 \cdot GH = 1200$$

ШИФР

4 1 7 5 6

$$45EF + 45GH + 900 = EF^2 \cdot AB + AB \cdot GH + 20AB \stackrel{-30GH}{=} 1200$$

$$EF \cdot AB + AB \cdot GH + 15GH + 45EF + 20AB = 300$$

$$EF \cdot AB + 20AB + 300 + 45EF + 20AB = 300$$

1) При $AB = EF$, $GH = 20$

$$AB^2 + 40AB + 45AB = 20$$

$AB = 0$ — некорр. р.к.

2) $AB = EF = 5$

~~$AB = 5$~~ $1 + GH + 15GH + 45 \cdot 20 = 300$

$$16GH = 234$$

$$GH = \frac{234}{16} = \frac{117}{8} < 20 \text{ — некорр. р.к.}$$

3) $GH = 21$, $AB = EF$

$$AB^2 + 41AB + 45AB + 15 \cdot 21 = 20$$

$$AB^2 + 86AB + 15 \cdot 21 = 0$$

$$D = 43^2 + 15 \cdot 45 = 1945$$

$$AB = -43 \pm \sqrt{1945} \approx 44,5$$

$$AB = 1,5$$

Ответ: $EF = 42,5$, $GH = 46,5$, $GH = 21$

5

ШИФР

4	1	7	5	6
---	---	---	---	---

Д2.

$$A = \sqrt{2017} + \sqrt{2019}$$

Если. $A > B$, то $A^2 > B^2$

и наоборот, если. $B > A$, то $B^2 > A^2$.

$$B = 2\sqrt{2018}$$

возведем числа A и B в квадрат

$$A^2 = 2017 + 2019 + 2 \cdot \sqrt{2017 \cdot 2019} = 4036 + 2 \cdot \sqrt{2017 \cdot 2019} \stackrel{12}{>} 4036 \cdot 2 \rightarrow$$

$$B^2 = 4 \cdot 2018 = 8072 = 4036 \cdot 2$$

$\Rightarrow A^2 > B^2 \Rightarrow A > B$!

Ответ: $A > B$

Д24

(7)