ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 1 7

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	15	20	0					60	шестьдесят	Кисл

2. $A=\sqrt{2017}+\sqrt{2019}$ $B=2\sqrt{2018}$

$\sqrt{2017}+\sqrt{2019} \vee 2\sqrt{2018}$ т.к. оба числа положительны, можно возвести их в квадрат

$2017+2019+2\sqrt{2017\cdot2019} \vee 4\cdot2018$

$2\sqrt{2017\cdot2019} \vee 8072-4036$

$2\sqrt{2017\cdot2019} \vee 4036$

$\sqrt{2017\cdot2019} \vee 2018$

$\sqrt{4072323} \vee \sqrt{4072324}$ 10

$\sqrt{4072323}<\sqrt{4072324}$

$\sqrt{2017}+\sqrt{2019}<2\sqrt{2018}$

Ответ: $A<B$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 1 7

1. Часы разбиты на 720 делений, часовая стрелка проходит 1 деление за 1 минуту, ее скорость равна $v_ч = 1$ д/м, минутная стрелка проходит 12 делений за минуту, ее скорость равна $v_м = 12$ д/м.
В момент начала часовая стрелка находится на 180ом делении, минутная на нулевом. Пусть S - кол-во делений, v - скорость, а x - время, за которое минутная стрелка догонит часовую

	S	v	t
час. стрелка	180 + x д	1 д/м	x
минутная	12·x д	12 д/м	x

$180 + x = 12x$

$x = \frac{180}{11} = 16,(36)$

5

Ответ: минутная стрелка догонит часовую через 16,(36) минут

3. $\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$

$$x^2+y^2=x^2+y^2+2xy-2xy=(x+y)^2-2xy=$$

$$=(a-1)^2-2a^2+14a-28=a^2+1-2a-2a^2+14a-28=$$

$$=-a^2+12a-27$$

10

$f(a)=-a^2+12a-27$ – парабола, ветви которой направлены вниз, поэтому наибольшее значение принимает в вершине

$x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{-12}{-2}=6$

$y_в=-36+72-27=9$

$D \geq 0 \Rightarrow a=5$.

Ответ: наибольшее значение сумма x^2+y^2 принимает при $a=6$.

5. $y=\sqrt{1-\cos^2 x}\cdot\sqrt{1+ctg^2 x}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

ОДЗ

$\sin x \neq 0$

$x \neq \pi n,\ n\in Z$

$y=\sin x\cdot\sqrt{1+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

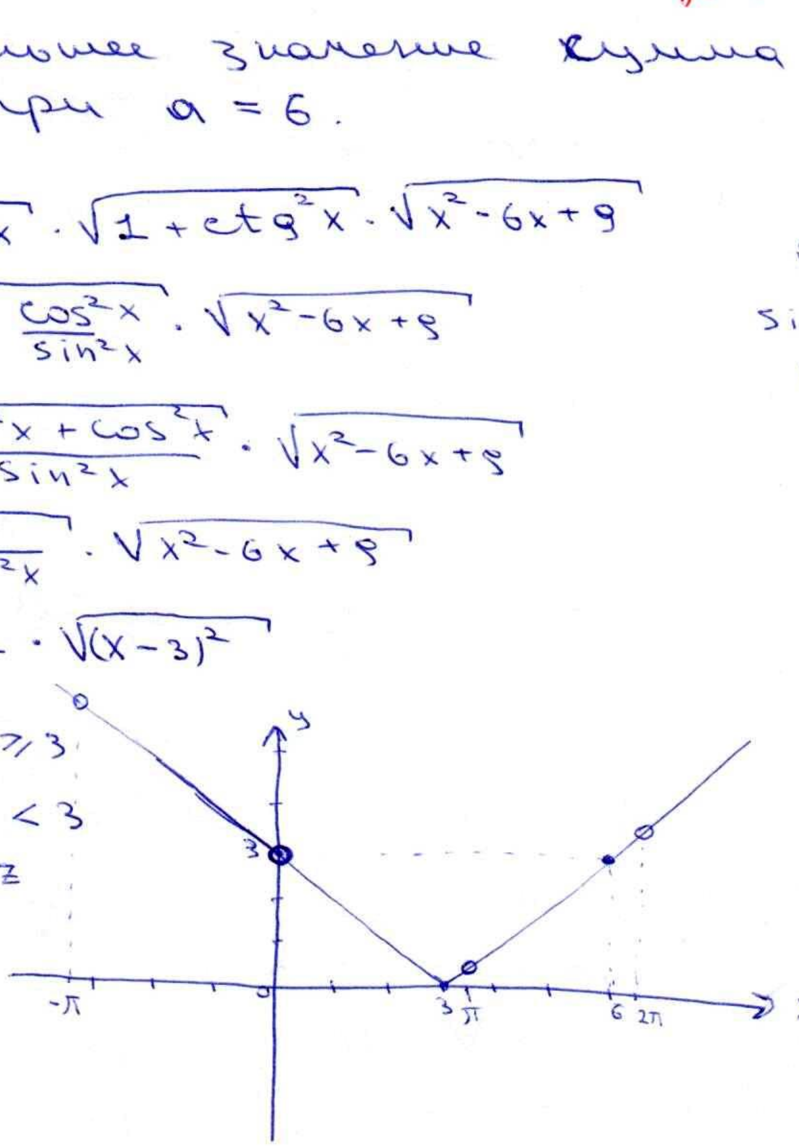
$y=\sin x\cdot\sqrt{\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x}}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

$y=\sin x\cdot\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

$y=\sin x\cdot\frac{1}{\sin x}\cdot\sqrt{(x-3)^2}$

20

$y=\begin{cases} x-3, & x\geq 3 \\ 3-x, & x<3 \\ x\neq\pi n, & n\in Z \end{cases}$

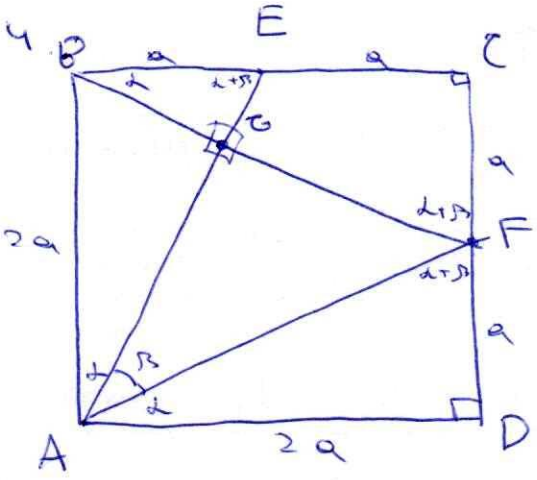


ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 1 7



Дано: квадрат $ABCD$

E - середина BC

F - середина CD

$BF \cap AE = G$

Сравнить S_{ECFG} и S_{AGF}

1. Пусть сторона квадрата равна $2a$, тогда $FD = FC = CE = BE = a$

2. $AF = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

$S_{BCF} = \cancel{4a^2}\ \frac{2a^2}{2} = a^2$

3. Пусть $\angle FAD = \alpha$, а $\angle GAF = \beta$, тогда $\angle BAE = \alpha$ (т.к. $\triangle ABE = \triangle ADF$ по двум сторонам и углу между ними), $\angle BEA = \angle AFD = \alpha + \beta$, т.к. $\angle BEA$ и $\angle EAD$ - накрест лежащие.

15

4. $\triangle ADF = \triangle BCF \Rightarrow \angle FAD = \angle CBF = \alpha$, $\angle BFC = \angle AFD = \alpha + \beta$.

5. Рассмотрим $\triangle AFD$, $\alpha + \alpha + \beta = 90°$ $\quad 2\alpha + \beta = 90° \Rightarrow$

$\angle BGE = 90°$, $\angle AGF = \angle BGE = 90°$ (~~накрест~~ вертикальные)

6. $\triangle ADF \sim \triangle BGE$ по трем углам

$$\frac{AD}{BG} = \frac{DF}{GE} = \frac{AF}{BE} = \frac{\sqrt{5}a}{a} = \sqrt{5}$$

$\frac{2a}{BG} = \sqrt{5}$ $\qquad \frac{a}{GE} = \sqrt{5}$

$BG = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ $\qquad GE = \frac{a}{\sqrt{5}}$

$S_{BEG} = \frac{2a^2}{5 \cdot 2} = \frac{a^2}{5}$ $\qquad S_{ECGF} = S_{BCF} - S_{BEG} = a^2 - \frac{a^2}{5} = \frac{4a^2}{5}$

$AG = \sqrt{5}a - \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$ $\qquad S_{AGF} = \frac{12a^2}{10} = \frac{6a^2}{5}$ $\qquad \frac{6a^2}{5} > \frac{4a^2}{5}$, $a \geq 1$

$GF = \sqrt{5}a - \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$ $\qquad S_{AGF} \vee S_{ECGF}$ $\qquad \frac{6a^2}{5} < \frac{4a^2}{5}$, а $a < 1$?

Ответ: $S_{AGF} > S_{ECGF}$, если сторона квадрата $ABCD \geq 1$

$S_{AGF} < S_{ECGF}$, если меньше 1 ?