ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

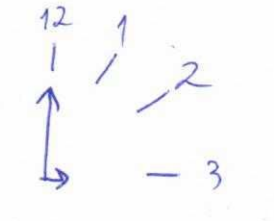
ШИФР 3 4 7 4 2

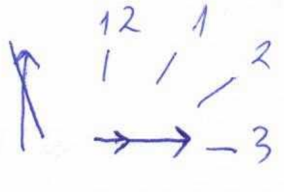
Класс 10 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н. Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	20	20	5					70	семьдесят	

N1





5

Очевидно, что когда ~~часы~~ стрелки покажут 3 часа, минутной стрелке необходимо пройти 3 деления, чтобы догнать часовую. Одно деление ~~→~~ равно 5 минутам => 3·5=15

Ответ: 15 минут ?

N2.

A V B

$\sqrt{2017}+\sqrt{2019} \vee 2\sqrt{2018}$

Разведём обе части нер-ва в квадрат, знак нер-ва не изменится т.к. в обеих частях уравнения положительные числа.

$(\sqrt{2017}+\sqrt{2019})^2 \vee (2\sqrt{2018})^2$

$2017+2019+2\sqrt{(2017)(2019)} \vee 4\cdot 2018$

т.к. $2018=\frac{2017+2019}{2}$, то:

ШИФР 3 4 7 4 2

$2017+2019+2\sqrt{(2017)(2019)} \vee \cancel{4}^{2}\cdot\frac{(2019+2017)}{\cancel{2}^{1}}$

$2\sqrt{(2017)(2019)} \vee 2019+2017.$

$0 \vee 2017+2019-2\sqrt{(2017)(2019)}$

$0 \vee \left(\sqrt{2019}-\sqrt{2017}\right)^2$

10

$\sqrt{2019}-\sqrt{2017} \neq 0 \Rightarrow \sqrt{2019}-\sqrt{2017} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 < \left(\left(\sqrt{2019}\right)-\left(\sqrt{2017}\right)\right)^2 \Rightarrow B > A$

Ответ: $A < B$

№3.

$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-4a+14 \end{cases}$

Возведём 1 ур-е системы в квадрат.

$\begin{cases} x^2+y^2=(a-1)^2-2xy \ (1) \\ xy=a^2-4a+14 \ (2) \end{cases}$

10

Подставим xy из (2) в (1):

$x^2+y^2=(a-1)^2-2(a^2-4a+14)=a^2-2a+1-2a^2+14a-28=-a^2+12a-27=$

$=-(a^2-2\cdot a\cdot 6+36-9)=9-(a-6)^2 \Rightarrow x^2+y^2$ – наибольшее и равно 9 при

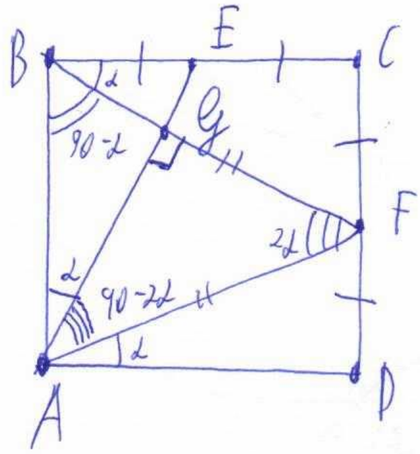
$a=6$, т.к. $(a-6)^2 \geq 0$ и $9-(a-6)^2$ ~~≥ 9~~ ≤ 9

Ответ: 6

!

$D \geq 0 \Rightarrow a=5$

№4.

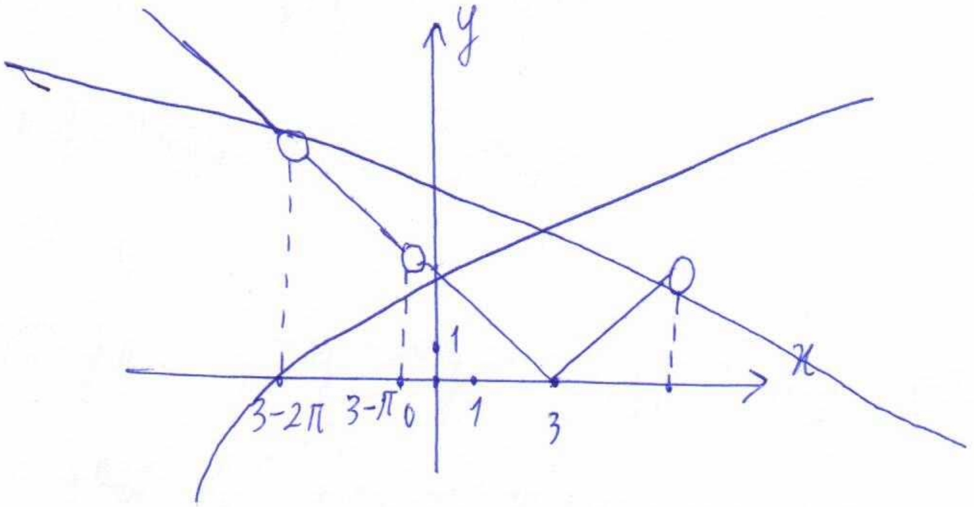


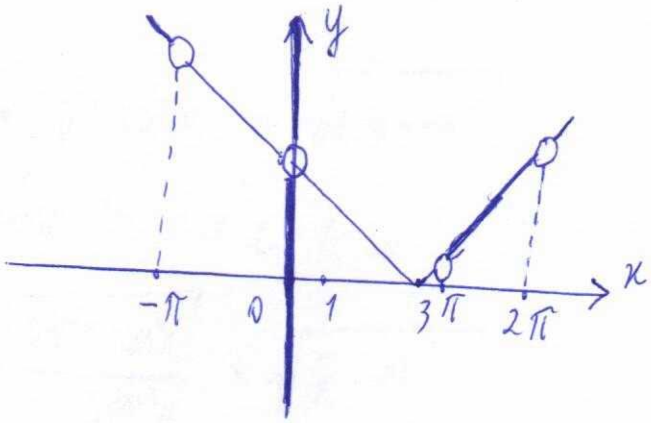
1. Рассм ΔBCF и ΔABE
В ΔBCF $S_{ECFG}=S_{BCF}-S_{BEG}$
В ΔABE $S_{ABC}=S_{ABE}-S_{BEG}$, но
$S_{BCF}=S_{ABE}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{2}$, где a — сторона квадрата $ABCD$ $(a=AB)$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow S_{ECFG}=S_{ABG}$ как разность равных

2. Обозначим $\angle CBF$ как α. Тогда $\angle ABF=90-\alpha$, т.к. $\Delta AFD=\Delta BCF$ (по 2 ст. и углу между ними), то $\angle FAD=\alpha$ и $FA=FB\Rightarrow\Delta ABF$ — равнобедренный.
Т.к. $\Delta ABE=\Delta BCF$ (по 2 ст. и углу между ними), то $\angle BAE=\alpha$.
ΔABF — равнобедренный $\Rightarrow\angle BAF=90-\cancel{2}\alpha\Rightarrow\angle EAF=90-\alpha-\alpha=90-2\alpha$.
Но $\angle BFA=180^\circ-(90-\alpha)-(90-\alpha)=2\alpha\Rightarrow$ т.к. сумма углов в треуг. — 180°, то $\angle AGF=180^\circ-2\alpha-(90-2\alpha)=90^\circ$. $\Rightarrow\angle BGA=90$ как смежный с ним $\Rightarrow$
$\Rightarrow\Delta BGA\sim\Delta BEA$ $(\angle BGA=\angle ABE=90^\circ$, $\angle BAE)$ — общий.

3. Из ΔBEA найдём, что $AE^2=a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{5a^2}{4}\Rightarrow AE=\frac{a\sqrt{5}}{2}$
Следовательно, $\frac{AB}{AE}=\frac{2a}{a\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $BF=AE=AF=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. $\Rightarrow\frac{BF}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{4}$.
Найдём BG. $BG=\frac{a}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{a}{\sqrt{5}}$.
Рассмотрим разность $\frac{BF}{2}$ и BG: $\frac{BF}{2}-BG=\frac{a\sqrt{5}}{4}-\frac{a}{\sqrt{5}}=\frac{5a-4a}{4\sqrt{5}}=\frac{a}{4\sqrt{5}}>0\Rightarrow$

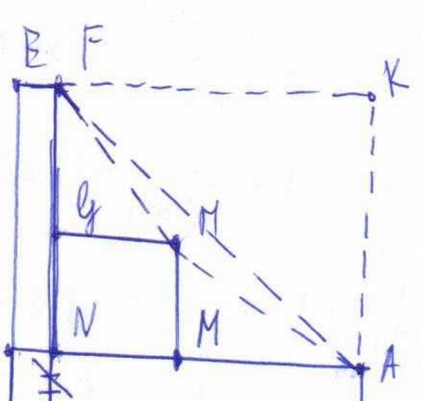
ШИФР 3 4 7 4 2





20

N6.



Т.к. AF < FM + MA по св-ву сторон треуг., то AF принадлежит линии огороды.

Площадь S найдем как $S=2100=$
$=x(15+\beta)+(x+20)\cdot\beta+45\alpha$, где
$\alpha=DN$, $\beta=AB$.

Длину l найдем как $l=\sqrt{45^2+(x+20)^2}+$
$+2\alpha+$ ~~3α~~ $2\beta+x+20$. Подставим β из ур-ния: ↓

↓
$l=\sqrt{45^2+(x+20)^2}+\dfrac{x^2+10x-3800-50\alpha+2\alpha x}{x+20}$

5

$\Rightarrow \frac{BF}{2} > BG$; но $BF = BG + GF \Rightarrow GF > \frac{BF}{2} > BG$.

Т.к. $S_{ECFG} = S_{ABG}$ (см. выше), то расм. S_{ABG} и S_{AFG}.

20

$S_{ABG} = \frac{1}{2} \cdot BG \cdot GA$

$S_{AGF} = \frac{1}{2} \cdot FG \cdot GA$, $FG > BG \Rightarrow S_{AGF} > S_{ABG} \Rightarrow S_{AGF} > S_{EGFC}$

Ответ: площадь AGF больше, чем площадь GFCE.

№5.

$y = \sqrt{1-\cos^2 x} \cdot \sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 x} \cdot \sqrt{x^2-6x+9}$.

По осн. триг. тожд-ву $\sin^2 x = 1-\cos^2 x$.

$y = \sqrt{\sin^2 x} \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x}} \cdot \sqrt{(x-3)^2}$

$y = |\sin x| \cdot \left|\frac{1}{\sin x}\right| \cdot |x-3|$

$y = |\sin x| \cdot \frac{1}{|\sin x|} \cdot |x-3|$

$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq \pi k, k \in Z$.

$y = 1 \cdot |x-3|$

$y = |x-3|$.

Построим график y и выколем точки, где $x = \pi k, k \in Z$.