



ШИФР 

4	6	1	5	7
---	---	---	---	---

Класс 10      Вариант 12      Дата Олимпиады 09.07.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	10	20	15	0						60	шесть-кеш-десять	

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

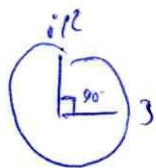
ШИФР

4	6	1	5	7
---	---	---	---	---

~1

За 1 минуту минутная стрелка движется на  $\frac{360}{60} = 6^\circ$   
 а часовая за 1 мин движется на  $\frac{1}{60} \cdot \frac{360}{12} = \frac{1}{2}^\circ$

чтобы минутная стрелка заобогала часовую, их разность должна быть равна



$$6^\circ t = \frac{1}{2}^\circ t + 90^\circ \quad (1)$$

$$12t = 1t + 180$$

$$11t = 180 \Rightarrow t = \frac{180}{11}; \quad t \approx 16,36 \text{ мин.}$$

4

Ответ: 16,36 мин.

~2

$$B = 2\sqrt{2018}$$

$$A = \sqrt{2017} + \sqrt{2019}$$

$$2\sqrt{2018} \quad \nabla \quad \sqrt{2017} + \sqrt{2019}$$

$$4 \cdot 2018 \quad \nabla \quad 2017 + 2019 + 2\sqrt{2017 \cdot 2019}$$

$$4036 + 4036 \quad \nabla \quad 4036 + 2\sqrt{2017 \cdot 2019}$$

$$4036 \quad \nabla \quad 2\sqrt{2017 \cdot 2019}$$

$$4036 - 4036 \quad \nabla \quad 4 \cdot 2017 - 2019$$

$$1009 \cdot 4036 \quad \nabla \quad 2017 \cdot 2019$$

$$4 \cdot 4036 \quad \nabla \quad 4036$$

$$4072324 \quad \nabla \quad 4062323$$

$\Rightarrow B > A$

Ответ:  $B > A$

10

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 6 1 5 7

~3

$$\begin{cases} x+y=a-1 & (*)^2 \\ xy = a^2 - 2a + 14 & | :2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = a^2 - 2a + 1 & (**) \\ \cancel{x^2 + y^2} + 2xy = 2a^2 - 14a + 28 & (***) \end{cases}$$

(\*) -> (\*\*)

$$x^2 + y^2 + 2a^2 - 14a + 28 = 0^2 = 2a^2$$

10

$$x^2 + y^2 = -2a^2 + 14a - 28$$

$-2a^2 + 14a - 28 = 0$  - кв. ур.  $\Rightarrow$   $a = 2$  или  $a = 4$

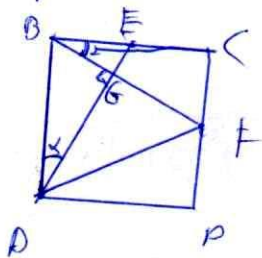
$\Rightarrow$  нам подходит  $a = 4$

$$ab = \frac{-14}{-2} = 7$$

$$7 \cdot 0 = 7 \cdot a = 5$$

Ответ:  $a = 6$

~4



Пусть сторона квадрата равна  $a$

1)  $\triangle DABE$

$$\sin \alpha = \frac{BE}{DB} = \frac{a}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{DB} = \frac{a}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

2)  $\triangle DGBE$  - прямоугольный

$$\angle FBC = \angle BAE = \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{BG}{BF} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow BF = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{AG}{AB} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow AG = \frac{2a}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{BG}{BF} = \frac{a}{\sqrt{2}} : \frac{a}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\frac{BG}{BF} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{2}{5}$$

~4 продолжение.

$$S_{GEFC} = S_{BCF} - S_{BEG}, \text{ где}$$

$$\frac{S_{BEG}}{S_{BCF}} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{5}$$

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$S_{EECF} = S_{BCF} - \frac{1}{5} S_{BCF} = \frac{4}{5} S_{BCF} = \frac{4}{5} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{1}{5} a^2 = 0,2 a^2 = 0,2 a$$

$$\sqrt{GF} = \frac{3}{5} \sqrt{BF} = \frac{3a}{2\sqrt{5}}$$

$$S_{AGF} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot GF = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{5} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{5}} = \frac{3a^2}{10} = 0,3 a^2$$

$$\frac{S_{BEECF}}{S_{AGF}} = \frac{0,2 \cdot \frac{3}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{5}$$

20

Ответ:  $\frac{S_{BEECF}}{S_{AGF}} = \frac{2}{5}$

~5

$$y = \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \sqrt{1 + \cos^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$1 + \cos^2 x = 1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow x \neq \pi + 2\pi n$$

$$x \neq 0 + 2\pi n$$

$$y = \sin x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

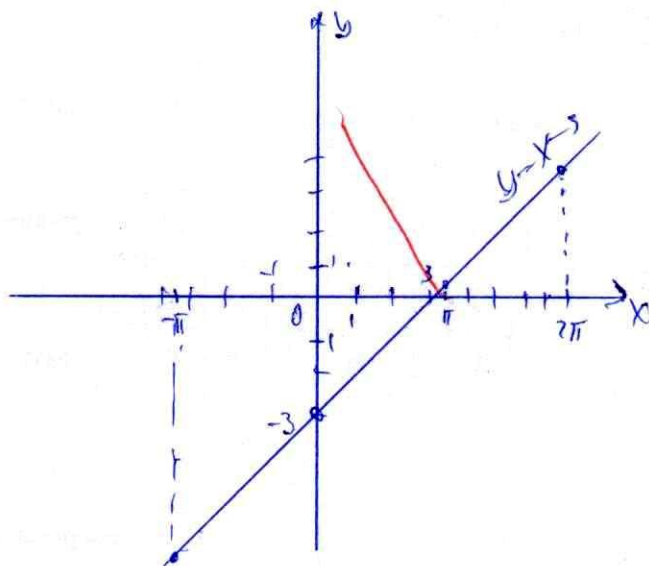
$$y = \sqrt{(x-3)^2}$$

$$y = |x-3|, \text{ где } \pi + 2\pi n \text{ и } x \neq 0 + 2\pi n$$

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 6 1 5 7



$y = x - 3$  (написано)

из  $y = x$  смещено

на 3 по оси  $oy$

вниз.

$x \neq 0 + 2\pi n$

$x \neq \pi + 2\pi n$

15