

ШИФР

3 4 6 1 1

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. БУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	-8	15	20	6	-						49	сорок девять	Самов

N 2

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62.$$

$$(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15}) = 16 - 15 = 1.$$

пусть  $(4 - \sqrt{15})^x = t$ , тогда

$$4 - \sqrt{15} = \frac{1}{4 + \sqrt{15}}$$

$$(4 + \sqrt{15})^x = \frac{1}{t} = t^{-1}, t > 0.$$

$$4 + \sqrt{15} = \frac{1}{4 - \sqrt{15}}$$

$$t + t^{-1} - 62 \leq 0.$$

$$\frac{t^2 - 62t + 1}{t} \leq 0.$$

$$t^2 - 62t + 1 = 0.$$

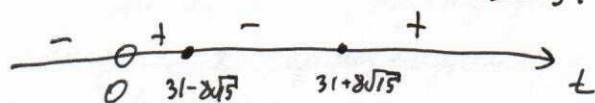
$$D = 3840 = 2^8 \cdot 15$$

$$t_{1,2} = \frac{62 \pm 2^4 \sqrt{15}}{2}$$

$$t_1 = 31 + 8\sqrt{15}$$

$$t_2 = 31 - 8\sqrt{15}$$

$$\frac{(t - 31 - 8\sqrt{15})(t - 31 + 8\sqrt{15})}{t} \leq 0.$$



$$31 > 8\sqrt{15} \quad 31 - 8\sqrt{15} > 0$$

$$961 > 960 \rightarrow$$

$$\begin{cases} t < 0 \\ 31 - 8\sqrt{15} \leq t \leq 31 + 8\sqrt{15} \Leftrightarrow 31 - 8\sqrt{15} \leq t \leq 31 + 8\sqrt{15} \\ t > 0 \end{cases}$$

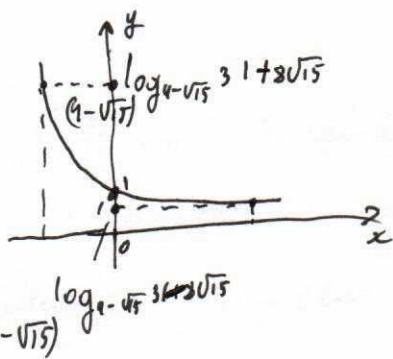
$$\begin{cases} (4 - \sqrt{15})^x \geq 31 - 8\sqrt{15} \\ (4 - \sqrt{15})^x \leq 31 + 8\sqrt{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4 - \sqrt{15})^x \geq (4 - \sqrt{15})^{\log_{4 - \sqrt{15}} 31 - 8\sqrt{15}} \\ (4 - \sqrt{15})^x \leq (4 - \sqrt{15})^{\log_{4 - \sqrt{15}} 31 + 8\sqrt{15}} \end{cases}$$

$$0 < 4 - \sqrt{15} < 1 \rightarrow y = (4 - \sqrt{15})^x \downarrow \text{ (убывающая функция)}$$

ШИФР

3	4	6	1	1
---	---	---	---	---



$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \log_{q-\sqrt{5}} 31-8\sqrt{5} \\ x \geq \log_{q-\sqrt{5}} 31+8\sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ:  $x \in [\log_{q-\sqrt{5}}(31+8\sqrt{5}), \log_{q-\sqrt{5}}(31-8\sqrt{5})]$  +

А упростить?

8

№ 3.

$y = \sin^2 x$ . найдем  $(y')^{(2019)}$

найдем  $y'$  1 порядка:

$$y' = (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x.$$

найдем  $y'$  2 порядка

$$y'' = 2 \cos 2x.$$

$$y''' = -4 \sin 2x$$

$$y^{(4)} = -16 \cos 2x$$

$$y^{(5)} = 32 \sin 2x$$

....  
 т.к. мы берем 2 производную от  $\sin 2x$ , то знак будет меняться каждые 2 производные, а степень 2м возрастать на 1 в каждой производной.

Отсюда следует, что если порядок производной при делении на 4 даст остаток 1 или 2, то знак производной будет начинаться с  $\oplus$ , а если 3 или делиться нацело, то  $\ominus$ . Если порядок четный, то  $\cos$ , если нечетный, то  $\sin$ . 2 будет в степени (порядок-1).

$$\rightarrow (y^{(2019)}) = -2^{2018} \sin 2x.$$

~~$2^{2019}$~~   $2019 = 504 \cdot 4 + 3$   
 2019 - нечетное

Ответ:  $-2^{2018} \sin 2x$

15



ШИФР

3 4 6 1 1

24

Пусть:  $p$  - кол-во мальчиков,  $k$  - девочек,  $b$  - батюшек,  
 $A$  - батюшки с 1 город,  $B$  - батюшки с 2мя города.

Отсюда следует, что  $p, k, b, A, B \in \mathbb{Z}$ .

из у-ия:

$$p = 2b, \quad b = p + 2.$$

$$k = pn,$$

Будем кол-во батюшек равно  $p+k+b$  и равно сумме  
всех людей и тем, кто способен иметь 2 города.

Получим систему:

$$\begin{cases} p = 2b \\ k = pn \\ b = p + 2 \\ p + b + p = 32 + p + 2b \end{cases}$$

подставим все в 4-е:

$$pn + \frac{p}{2} + p = 32 + p + 2.$$

$$p(n + \frac{1}{2}) = 34.$$

решим это у-е для  $p, n \in \mathbb{Z}$ , где из у-ия  $3 \leq n \leq 20$ , и  $p > 0$ .

при  $\frac{34}{p}$  должно иметь дробную часть  $\frac{1}{2}$ . при  $p$  четном,  $n = \frac{p}{2}, b = \frac{p}{4}$ .

макс возможно при  $p = 4$ ,  $\frac{34}{4} = 8 \frac{1}{2}$ .

$$4(n + \frac{1}{2}) = 34.$$

$$n + \frac{1}{2} = 8 \frac{1}{2}$$

$$n = 8.$$

$$A = 32 - p - 2 = 26.$$

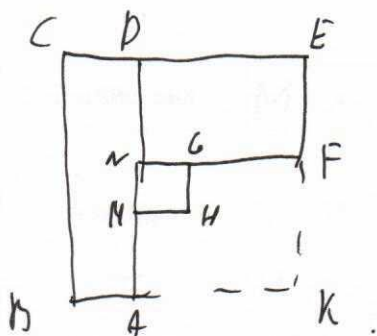
Ответ: 26.

20

ШИФР

3	4	6	1	1
---	---	---	---	---

№ 5



Доказано:  $MN = 15$ ,  $AM = GF = 20$ ,  $MG \geq 10$ .

Найти:  $BK, KE, BH$  или найти  $SBK + SE + EK + BK$

Условие:

Пусть  $BH = a$ ,  $EF = b$ ,  $AB = c$ .

тогда:  $\frac{P_{BCEK}}{2} = (c + 15 + 20) + 20 + a + b$ .

$S_{yч} = c(20 + a + b) + 15a + b(20 + 15)$ .

*невероятно...*

Однако выражаем все через 1 переменную, подставим ее в  $y$ -ие  $\frac{P}{2}$ , найдем его наименьшее значение на промежутке для  $a \in [10; +\infty)$  с помощью производной. далее смотрим соотношения площади  $S_{BCEK}$  и  $P_{BCEK}$  и находим стороны для данного случая.

6

*ну и где это проведено?*