

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3	8	3	3	7
---	---	---	---	---

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	2	15	20	9	-	 	 	 	 	46	сорок шесть баллов	<i>БФР</i>



3. $y = \sin^2 x$
 $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x = \underline{2^0 \sin 2x}$
 $y'' = 2 \cos 2x = \underline{2^1 \cos 2x}$
 $y''' = -4 \sin 2x = \underline{-2^2 \sin 2x}$
 $y^{(4)} = -4 \cdot (2 \cos 2x) = -8 \cos 2x = \underline{-2^3 \cos 2x}$
 $y^{(5)} = -8 \cdot (-2 \sin 2x) = 16 \sin 2x = \underline{2^4 \sin 2x}$
 $y^{(6)} = 16 \cdot (2 \cos 2x) = 32 \cos 2x = \underline{2^5 \cos 2x}$
 $y^{(7)} = 32 \cdot (-2 \sin 2x) = -64 \sin 2x = \underline{-2^6 \sin 2x}$
 $y^{(8)} = -64 \cdot (2 \cos 2x) = -128 \cos 2x = \underline{-2^7 \cos 2x}$

Таким образом, мы получили некую закономерность:

- 1) Значения каждой производной содержит в себе некую степень двойки, причём значения степеней идут в порядке возрастания (0, 1, 2, ...), образуя последовательность натуральных чисел, причём каждое значение этой степени на одну единицу меньше порядка производной, так что $y^{(2019)}$ - будет содержать 2^{2018} +
- 2) Значения производных чередуются множителем $\sin 2x$ и $\cos 2x$ так, что если производная чётного порядка, то множитель будет равен $\cos 2x$, а если нечётного, то $\sin 2x$. Так, как $y^{(2019)}$ - имеет нечётный порядок, то значение производной будет включать в себя множитель $\sin 2x$.

3) Чередуются знаки производных с периодом $T=2$.
 $2019 : 2 = 1010 (\text{ост. } -1)$ - всего пар с одинаковыми знаками, где $y^{(2019)}$ - входит в 1010 пару, а т.к. 1010 - число чётное, след. значение производной будет со знаком "-". Итак, получаем.

$$y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2x$

④ Пусть x с. - владеющих профессией плотника, тогда $\frac{x}{2}$ с. - владеющих профессией бетонщика, а $(n \cdot x)$ с. - владеющих професс. каменщика

По условию всего 32 бойца, каждый из которых владеет одной или двумя стрит. професс., а также сказано, что бойцов владеющих двумя профессиями $(x+2)$

Получаем ур-ние:

$$x + \frac{x}{2} + nx = 32 + x + 2 \quad | \cdot 2$$

$$2x + x + 2nx - 64 - 2x - 4 = 0$$

$$x(2n+1) = 68$$

$$x = \frac{68}{2n+1}, \text{ где } 3 \leq n \leq 20, n \in \mathbb{Z} \text{ - по услов., а т.к. } x \in \mathbb{N}$$

$$\text{и } 68 = 2 \cdot 2 \cdot 17, \text{ то } 2n+1 = 17$$

$$2n = 16$$

$$n = 8$$

$$\text{след. } x = \frac{68}{17} = 4$$

1) $32 - (4+2) = 26$ с. - владеют одной профессией.

Ответ: 26

20

② $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$

$(4 - \sqrt{15})^x > 0$, при $x \in \mathbb{R}$, след. когда

$(4 + \sqrt{15})^x > 0$, при $x \in \mathbb{R}$, след. когда

$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x = 62$ - пер-во принимает наибольшее своё значение, а все остальные будут принимать меньше.

$(\sqrt{16} - \sqrt{15})^x + (\sqrt{16} + \sqrt{15})^x \leq 62$

~~$\sqrt{16} - \sqrt{15} \approx 0$~~

~~$\sqrt{16} + \sqrt{15} \approx 16$, след.~~

~~$0^x + 16^x = 62$~~

Методом подбора $x=2$. Проверка:

$$(\sqrt{16} - \sqrt{15})^2 + (\sqrt{16} + \sqrt{15})^2 = 62$$

А все же
или ?!

$$16 - 2\sqrt{16 \cdot 15} + 15 + 16 + 2\sqrt{15 \cdot 16} + 15 - 6^2 = 0$$

$$6^2 - 6^2 = 0$$

0 = 0, след. $x=2$ явл. решением, а т.к. $x=2$ —

наибольшее из чисел удовлетворяющих пер-ву, след. решением пер-ва является промежуток $(-\infty; 2]$

Ответ: $(-\infty; 2]$

Пусть $GH = x$, тогда

$$\textcircled{5} S_{ABCEFGHM} = BA \cdot CB + GH \cdot MI + AN + NF = BA \cdot CB + 15x + 35(CB - 20 - x) = BA \cdot CB + 20x + 35CB - 700 = 1600$$

Длина ограждения — это периметр многоугольника $ABCEFGHM$
 $P = CB + CE + BA + MA + MI + GH + GF + FE =$
 $= CB + (BA + 15 + 20) + BA + 20 + 15 + x + 20 + (CB - 20 - x) =$
 $= 2CB + 2BA + 70$

$$\begin{cases} P = 2CB + 2BA + 70 \\ BA \cdot CB + 35CB + 20x = 2300 \\ x \geq 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 2(CB + BA) + 70 \\ CB(BA + 35) + 20x = 2300 \\ x \geq 10 \end{cases}$$

Т.к. нам нужен минимальный периметр, то $x=10$, тогда

$$\begin{cases} P = 2(CB + BA) + 70 \\ CB(BA + 35) = 2100 \quad (1) \end{cases}$$

(1) Т.к. нам нужен наименьший периметр, то разность между значениями CB и $(BA + 35)$ должна быть минимальной, след. $CB = 30$ и $(BA + 35) = 70$,
 $CB = 30$, $BA = 35$, след. $P = 2(30 + 35) + 70 = 200$,

$$BK = BA + AK = 35 + 15 + 20 = 70$$

$$KE = 20 + 10 = CB = 30$$

$$GH = 10$$

Ответ: 200, 70, 30, 10

9

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3

8

3

3

7

$$\textcircled{1} \quad x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^4 - 4(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) = 0$$

$$x^4 - 4(x^3 - 3(x^2 - 2x - 2)) = 0$$

$$x^4 - 4(x^3 - 3(x^2 - 2(x-1))) = 0$$

$$x^4 = 4(x^3 - 3(x^2 - 2(x-1))) \text{ не, т.к.}$$

правая часть не является числом в 4 степени,
след. нет решений.

 $\textcircled{0}$