ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 6 1 5

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	15	0					65	шестьдесят пять баллов	

№1.

У: $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$ не имеет корней.

□ $x^4-4x^3+12x^2-24x+24= x^4-4x^3+4x^2+8x^2-24x+24=$

$= x^2(x^2-4x+4)+8(x^2-3x+3) = x^2(x-2)^2+8\left((x-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4}\right)$

Проанализируем полученное выражение:

$\begin{cases} x^2(x-2)^2 \geq 0 \\ 8\left((x-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4}\right)>0 \end{cases} \Rightarrow$ их сумма >0.

■

5

№2.

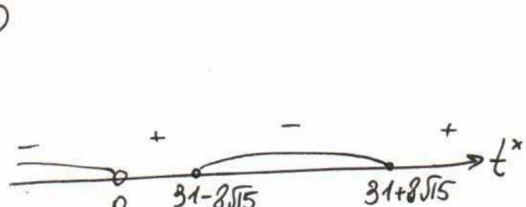
$(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x \leq 62$, причём $(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})=16-15=1$

$\Leftrightarrow t^x+\frac{1}{t^x} \leq 62$, где $t=4-\sqrt{15}$, $\Rightarrow 4+\sqrt{15}=\frac{1}{t}$

$\Leftrightarrow \frac{t^{2x}-62t^x+1}{t^x} \leq 0$, $31^2-1=960=16\cdot4\cdot15$

$\Leftrightarrow \frac{(t^x-(31+\sqrt{960}))(t^x-(31-\sqrt{960}))}{t^x} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(t^x-(31+8\sqrt{15}))(t^x-(31-8\sqrt{15}))}{t^x} \leq 0$



$\sqrt{961}-\sqrt{960}>0$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 6 1 5

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t^x < 0 \quad \text{- нет решений, т.к. } t = 4-\cancel{16}\sqrt{15} = \sqrt{16}-\sqrt{15} > 0 \\ 31-8\sqrt{15} \le t^x \le 31+8\sqrt{15} \quad \text{, причём } (4-\sqrt{15})^2 = 16+15-8\sqrt{15} = 31-8\sqrt{15} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow (31+8\sqrt{5}) = (4+\sqrt{15})^2 = \frac{1}{(4-\sqrt{15})^2}$$

$$\Leftrightarrow t^2 \le t^x \le t^{-2}$$

$$\Leftrightarrow -2 \le x \le 2$$

Ответ: $x \in [-2, 2]$

10

№3.

$y = \sin^2 x$

$y' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

$y'' = 2\cos 2x$

$y''' = -4\sin 2x$

$y^{(4)} = -8\cos 2x$

$y^{(5)} = 16\sin 2x$

....

$$y^{(k)} = \begin{cases} 2^{k-1}\cdot\sin 2x, \text{ если } k\equiv 1 \pmod 4 \\ 2^{k-1}\cdot\cos 2x, \text{ если } k\equiv 2 \pmod 4 \\ -2^{k-1}\cdot\sin 2x, \text{ если } k\equiv 3 \pmod 4 \\ -2^{k-1}\cdot\cos 2x, \text{ если } k\equiv 0 \pmod 4 \end{cases}$$

$2019 \equiv 3 \pmod 4 \Rightarrow y^{(2019)} = -2^{2018}\cdot\sin 2x$

Ответ: $y^{(2019)} = -2^{2018}\cdot\sin 2x$

15

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 6 1 5

№4.

плотники	каменщики	бетонщики	
$2x$	$2nx$	x	, $3 \le n \le 20$

Две профессии: $2x+2$

Одна профессия: $32-2x-2 = 30-2x$

$\cancel{2x} + 2nx + x - \cancel{2x} - 2 = 32$ (всего бойцов)

$x(2n+1) = \cancel{30}\ 34$

~~x нечет~~

$x = \frac{34}{2n+1}$, причём $34 = 17\cdot 2 = 34\cdot 1$, т.к. $2n+1$ – нечётно и $3 \le n \le 20$ и $x \in \mathbb{N}$, то $2n+1 = 17 \Rightarrow n = 8$

$x = 2$

Тогда то, что спрашивается $= 30 - 2\cdot 2 = 26$ человек владеют 1 профессией.

Проверка: плотники – 4

каменщики – 32

бетонщики – 2

2 профессии – 6

$32+4+2-6 = 32$

Значения корректны

Ответ: 26

20

№6.

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ x^2+xz+z^2=9 \\ y^2+yz+z^2=36 \end{cases}$$

$\Rightarrow \cancel{y^2}+yz+z^2-x^2-xy-\cancel{y^2}=32$ ((3)–(1))

$\Leftrightarrow (z-x)(x+z)+y(z-x) = 32 \Leftrightarrow (z-x)(x+y+z)=32$

–

Аналогично, $\begin{cases} (y-x)(x+y+z)=27 \\ (z-y)(x+y+z)=5 \\ (z-x)(x+y+z)=32 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{27z+5x}{32}$

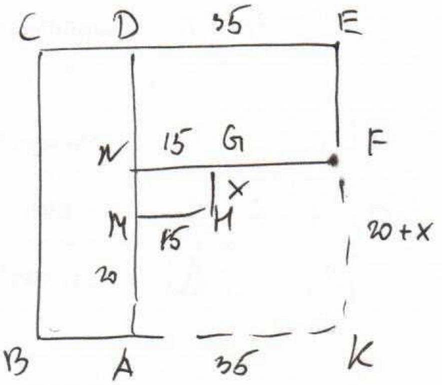
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 3 | 6 | 1 | 5

№5.



~~Пусть~~

$S_{KBCE} = S$

$S = 1600 + 35(20+x) - 15x = 2300 + 20x$ +.

S наим. при $x = 10$ $(x \geq 10)$.

$\Rightarrow$ $\underline{GH = 10\text{ м}}$ +.

Дальше? Необходимо найти Pнаим- наименьшее значение периметра!

15