

$$t + \frac{1}{t} - 62 \leq 0,$$

$$\frac{t^2 - 62t + 1}{t} \leq 0,$$

П.к. $t > 0$, (число в знаменателе всегда > 0), то знак t не влияет на знак неравенства:

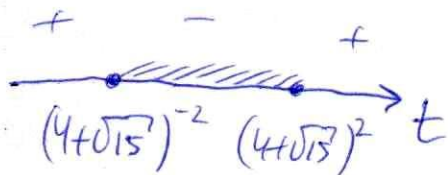
$$t^2 - 62t + 1 \leq 0$$

$$D = 31^2 - 1 = 960 = 8\sqrt{15}$$

$$t = 31 \pm 8\sqrt{15}$$

$$t_1 = 31 + 8\sqrt{15} = 15 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15} + 16 = (4 + \sqrt{15})^2$$

$$t_2 = 31 - 8\sqrt{15} = \frac{16}{4} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15} + 15 = (4 - \sqrt{15})^2 = \frac{1}{(4 + \sqrt{15})^2} = (4 + \sqrt{15})^{-2}$$



$$t \in [(4 + \sqrt{15})^{-2}; (4 + \sqrt{15})^2]$$

$$(4 + \sqrt{15}) (4 + \sqrt{15})^{-2} \leq (4 + \sqrt{15})^x \leq (4 + \sqrt{15})^2$$

$$x \in [-2; 2]$$

Ответ: $x \in [-2; 2]$.

№ 3

10

$$y = \sin^2 x$$

$$y^{(2019)} = ?$$

Рассмотрим производные $y = \sin^2 x$ малых порядков, см 2019:

$$y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = 2 \cos 2x$$

$$y''' = -4 \sin 2x$$

$$y^{(4)} = -8 \cos 2x$$

$$y^{(1111)} = 16 \sin 2x$$

Заметим, что у всех четных производных (т.е. 2-го, 4-го, 6-го, 8-го и т.д.) будет $\cos 2x$, а у нечетных $\sin 2x$; коэффициент перед тригонометрической функцией будет 2^{n-1} , где n - порядок производной; знак $+$ или $-$ меняется при $K=3+4n, n \in \mathbb{N}$, где K - порядок производной. Заметим, что $y^{(2019)} = 404 \cdot 4 + 3$, значит $y^{(2019)}$ знак "-", так как 2019 не четное число, то будет $\sin 2x$, а коэффициент будет $2^{2019-1} = 2^{2018}$. Значит:

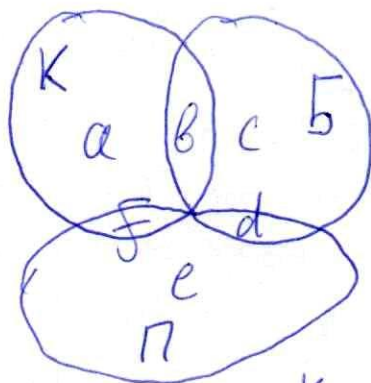
$$y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$$

Ответ: $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$

(15)

№4.

Рассмотрим круги Эйлера:



Известно, что

$$K = n\pi$$

$$\pi = 2B$$

$$f + b + d = f + e + d + 2 = \pi + 2 = \frac{K}{n} + 2$$

$$a + b + c + d + e + f = 32$$

$$K = n\pi \Rightarrow \pi = \frac{K}{n}$$

$$K = n \cdot 2B = 2nB \Rightarrow \frac{K}{2n}$$

$$\frac{K}{n} + \frac{K}{2n} + K - (f + b + d) = 32$$

$$\frac{K}{n} + \frac{K}{2n} + K - \frac{K}{n} - 2 = 32$$

$$K + 2nK = 64n$$

$$K = \frac{64n}{2n+1}$$

ШИФР

3	3	7	4	1
---	---	---	---	---

$$n = \frac{k}{2} = \frac{648}{2n+1}$$

$$b = \frac{n}{2} = \frac{324}{2n+1}$$

Т.к. $b \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$, то $648 : (2n+1)$ и $324 : (2n+1)$. Т.к. общий делитель

648 и $324 \rightarrow 17$, то $2n+1 = 17 \Leftrightarrow n = 8$. Значит.

$$k = \frac{648n}{2n+1} = \frac{648 \cdot 8}{17} = 32$$

$$n = 4$$

$$b = 2$$

$$k + n + b - (f + b + d) = 32$$

$$f + b + d = 6 \text{ (владеют 2-мя профессиями.)}$$

А те владеют одной профессией $32 - 6 = 26$ человек.

Ответ: 26 человек. +

20

№6.

Заметим, что ~~проблематично~~;

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2 - xy = 4 \\ (x+z)^2 - xz = 9 \\ (y+z)^2 - yz = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = (x+y-2)(x+y+2) \\ xz = (x+z-3)(x+z+3) \\ yz = (y+z-6)(y+z+6) \end{cases}$$

?

0