ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 0 6 3

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	2	10	15	20	3	∅					50	пятьдесят	[signature]

№1. $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0.$

$x^4-6x^3=-11x^2+4x-9.$

~~$\begin{cases} y=x^4-6x^3 \\ y=-11x^2+4x-9 \end{cases}$~~

$x^3(x-6)=-11x^2+4x-9.$

$-11x^2+4x-9=0$

$D=\cancel{16}-380 \Rightarrow$ нет действительных корней. 4 - ?

$\Rightarrow x^3(x-6)=-11x^2+4x-9$ - не имеет корн

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ - ~~не~~ имеет решений ч.т.д. 2

№2 $\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x\le 14$; ОДЗ: $x\in R$

Замена: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=t$, тогда $\frac{1}{t}=\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; $t>0$.

$t^x+\left(\frac{1}{t}\right)^x\le 14.$

Замена: $t^x=a$; $a>0$

$a+\frac{1}{a}-14\le 0$

$\frac{a^2+1-14a}{a}\le 0$

$\frac{(a-7+4\sqrt{3})(a-7-4\sqrt{3})}{a}\le 0.$

$7-4\sqrt{3}\le a\le 7+4\sqrt{3}$

Возврат к замене

$7-4\sqrt{3}\le\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x\le 7+4\sqrt{3}$

$-2\le x\le 2.$

Ответ: $[-2;2]$ 10

№3. $y=\cos^2 x$; $y'=2\sin x\cdot\cos x$; $y''=2(-\cos^2 x+\sin^2 x)$; $y'''=-8\cos x\cdot\sin x.$

Как можно заметить, производные, номер порядка которых является нечетным, схожи. Продолжив ряд можно вывести формулу

~~$y^n=2^n\cdot\sin x\cdot\cos x$, для числа~~ $y^n=2^n\cdot\sin x\cdot\cos x\cdot(-1)^{\cancel{1+2(n-1)}\,2n-1}$, ~~т.к~~

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
(ab)c=a(bc) E=mc²

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 0 6 3

~~знаки в каждой нечетной производной чередуются.~~

$y^n = 2^n \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot (-1)^{\frac{n+1}{2}}$, т.к. в каждой нечетной производной чередуются знаки.

Подставим значения для производной 2019 порядка.

$y^{2019} = 2^{2019} \cdot \sin x \cdot \cos x \, (-1)^{\frac{2020}{2}}$

$y^{2019} = 2^{2019} \cdot \sin x \cos x$ ✓ 15

№4. 1. Пусть a – количество бойцов в отряде, владеющих двумя профессиями
b – одной профессией

$a+b=36$; $b = 36-a$

2. из того, что $a-3 = x$ (x – число владеющих профессией плотника)

=> 3 человека – каменщики и бетонщики
а остальные – плотники и каменщики или бетонщики.

из соотношения ~~каменщиков~~ плотников и бетонщиков равного 3 следует,

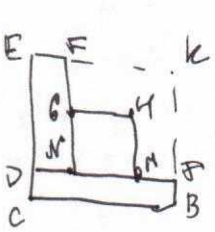
что к остальным относится 9 бетонщиков.

$a = 3+9 = 12$.

$b = 36-12 = 24$.

Ответ: 24 человека. 20

№5



~~1. Рассмотрим △FNA: (∠N=90°): FA-гипотенуза это был прямоугольный треугольник для того, чтобы GH=30, тогда FA=25.~~
~~2. Наименьший отрезок будет служить периметр многоугольника и минимум при GH=20. данного треугольника~~

~~Реш~~

1. Рассмотрим △FNA (∠N=90°): $FA^2 = FN^2 + NA^2$ (по теореме Пифагора)

$FN = \sqrt{FA^2 - NA^2} = \sqrt{(FA+NA)(FA-NA)}$

~~Пусть~~

$45 = \sqrt{(FA+NA)(FA-NA)} = \sqrt{5^2 \cdot 9^2} = \sqrt{15^2 \cdot 3^2}$

$\begin{cases} FA+NA=81 \\ FA-NA=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FA=53 \\ NA=28 \end{cases}$ т.к. по условию $NA \geq 40 \Rightarrow$ данный вариант не подходит.

$\begin{cases} FA+NA=225 \\ FA-NA=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FA=117 \\ NA=98 \end{cases} \Rightarrow$ не является лучшим вариантом.

2. Рассмотрим △FGH: (∠G=90°)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 0 6 3

$FH^2 = FG^2 + GH^2$ (по теореме Пифагора)

$FG = \sqrt{FH^2 - GH^2}$

$30 = \sqrt{(FH+GH)(FH-GH)} = \sqrt{3^2 \cdot 10^2} = \sqrt{5^2 \cdot 6^2}$

1) $\begin{cases} FH + GH = 100 \\ FH - GH = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FH = 50{,}5 \\ GH = 49{,}5 \end{cases}$ – не является целым

2) $\begin{cases} FH + GH = 36 \\ FH - GH = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FH = 30{,}5 \\ GH = 5{,}5 \end{cases} \Rightarrow$ не удовлетворяет условию задачи.

3. из первых двух пунктов можно сделать вывод, что периметр многоугольника наименьший при заборе равен

при $GH = 20$

$P = 30 + 20 + 15 + 20 + BC + AB + EC =$

$= 85 + EK + KB + KB - 45 = 2KB + EK + 40.$

4. $S = EK \cdot KB - 900 - 600 = 2100$

$EK \cdot KB = 1200$

~~1200 = 100 · 12 = 300 · 4 = 400.~~

5. $\begin{cases} EK \cdot KB = 1200 \\ 2KB + EK + 40 = P \end{cases}$

т.к. $2KB + EK$ должно быть минимально, то

$1200 = 24 \cdot 50$

$KB = 24$; $EK = 50$

$P = 48 + 50 + 40 = 138.$

Ответ: 20; 24; 50; 138.

3

№6 $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 \\ x^2 + xz + z^2 = 16 \\ y^2 + yz + z^2 = 64 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-y)(x+y+z) = -48 \\ (y-z)(x+y+z) = -7 \\ (x-z)(x+y+z) = -55 \end{cases}$

0

Z