

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	2	15	20	3	-						45	срок тебя	

~1

$y = x^4 + 11x^2 + 9 - 6x^3 - 4x$   
 \* Парабола с кубической параболой, могут пересекаться  
 одними из своих ветвей лишь по одному разу,  
 т.е. графики двух рассматриваемых функций имеют  
 таковы, что, то они могут своими ветвями при  
 $x > 0$  пересечься лишь 1 раз, но тогда бы,  
 значение куб. параболы было больше, чем ее  
 производит.

\*  $y' = 4x^3 - 18x^2 + 22x - 4 = 2(2x^2 - 5x + 1)(x - 2)$  (производная y)  
 $y' = 0$  если  $x = 2$        $2x^2 - 5x + 1 = 0$   
 $D = 25 - 8 = 17$   
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

и при этом  $y(2) > 0$ ;  $y\left(\frac{5 - \sqrt{17}}{4}\right) > 0$ ;  $y\left(\frac{5 + \sqrt{17}}{4}\right) > 0$   
 т.е. из этого следует, что данное уравнение корней не имеет

~2  $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^x \leq 14$ , возведем обе части в квадрат

и найдем нули функции  $y = (\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^x - 14$ :

получим:  $2(\sqrt{16 - 16\sqrt{3}})^x - 14 = 0$        $y = 0$  при  $x = 2$ .

Тогда, расставим знаки на промежутках:



, следовательно данное неравенство имеет решения  $x \leq 2$

Ответ:  $x \in (-\infty; 2]$

2

~~3~~

**ШИФР**

4	4	5	5	9
---	---	---	---	---

№3 Рассмотрим  $n$ -е производных несколько первых:  
где  $y = \cos^2 x$ :

$$y^{(1)} = -2 \cos x \cdot \sin x$$

$$y^{(2)} = 2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x$$

$$y^{(3)} = 8 \sin x \cdot \cos x$$

$$y^{(4)} = 8 \cos^2 x - 8 \sin^2 x$$

$$y^{(5)} = -32 \cos x \cdot \sin x$$

как можно заметить  
 $y^{(n)}$  имеет вид:  $y^{(n)} = \pm 2^n \cos^k x \cdot \sin^l x$ ,  
 где  $n$  - четное  
 знак зависит от того какой четности показатели и относительно  
 но остальных нечетных, тогда четными определить что

$$y^{(2019)} = + 2^{2019} \cos x \cdot \sin x$$

Ответ:  $y^{(2019)} = 2^{2019} \cos x \cdot \sin x$

15

№4 Пусть бетонщиков было  $x$ , тогда плотников было  $3x$ , а каменщиков  $3y$ , где  $y \in \mathbb{N}$  (натуральное), тогда из условия задачи следует, что тех, кто владеет двумя профессиями  $3x+3$ , а остальных (владеющих одной):  $36-3x-3$ . Зная, что всего было 36 человек, получим уравнение:  $3x + 3x + x = 36 + 3x + 3$   $x(3y+1) = 3 \cdot 13$ , поскольку  $y$  - натуральное, то  $y=4$ ; а  $x=3$ , значит одной профессией в отряде владеют

$$36 - 9 - 3 = 24 \text{ бойца}$$

Ответ: 24

20

№5 Пусть  $OH = h$ ,  $EC = x$ ;  $CB = y$ , тогда из условия задачи следует, что  $xy = 2100 + 20 \cdot 15 + 20 \cdot 30 + 30h$ .

$$xy = 3000 + 30h$$

$$y = \frac{3000 + 30h}{x}$$

ШИФР

4	4	5	5	9
---	---	---	---	---

н5 (продолжение) При этом из условия следует, что периметр участка, т.е. длина забора равно:  $2x+2y$ , т.е.

$$2x + \frac{4000 + 60n}{x} = \frac{2(x^2 + 3000 + 30n)}{x}, \text{ поскольку } x > 0 \text{ и } n > 0,$$

т.е. чем меньше  $n$ , тем короче забор, т.е.  $n = 20$ ,

Пусть  $DN = a$ , тогда  $1650 +$

$$45a + \frac{1650 + 45a}{40 + a} = 2100 - 300, \text{ ~~т.е. } a = 40~~$$

~~периметр участка равен:  $2x + 2y = 2100 - 300 = 1800$~~

~~$90a = 3600$~~

~~$a = 40$ , т.е.  $BK = 85$ ,  $CE = \frac{3600}{85} = \frac{720}{17}$~~

~~Ответ:  $BK = 85$ ;  $CE = \frac{720}{17}$~~

$$90a = 1800 - 1150 = 650$$

$$a = \frac{150}{90} = \frac{5}{3}, \text{ т.е.}$$

$$BK = 45 + \frac{5}{3} = \frac{140}{3}$$

~~$CE = \frac{9900}{140}$~~

Ответ:  $\frac{140}{3}$ ;  $\frac{9900}{140}$

3