

ШИФР

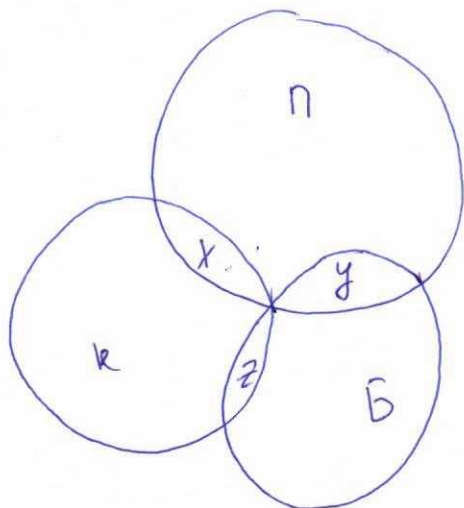
4 2 6 1 5

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	15	20	20	0					60	шестьдесят	<i>Александр</i>

Задача 4.



П - плотники
К - каменщики
Б - бетонщики
x - каменщики - бетонщики
y - бетонщики - плотники
z - каменщики - плотники

Найти:

$$k + \pi + b = ?$$

$$\begin{cases} x + y + z + b + \pi + k = 36 \\ \pi + x + y = 3x + 3z + 3b \\ n(\pi + x + y) = k + x + z \\ x + y + z = 3 + \pi + x + y \end{cases}$$

$$z = 3 + \pi$$

$$3n(\pi + x + y) = k + x + z$$

$$3n(x + z + b) = k + x + z$$

$$n = \frac{k + x + z}{3(b + y + z)} = \frac{3 + (k + x + \pi)}{3(36 - (k + x + \pi))}$$

$$k + x + \pi \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{Z}$$

Порядком найдем
 $n = 4$, при $k + x + \pi = 33$

$$\pi = 33 - k - x;$$

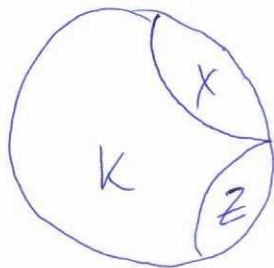
$$36 = k + x + z \Rightarrow b = 0; y = 0; \pi = 0$$

$$\pi = z - 3$$

ШИФР

4 2 6 1 5

Задача 4.



$$\begin{cases}
 x + z + k = 36 \\
 x = 3z + 3z \\
 4x = k + x + z \\
 x + z = 3 + x
 \end{cases}$$

$z = 3$

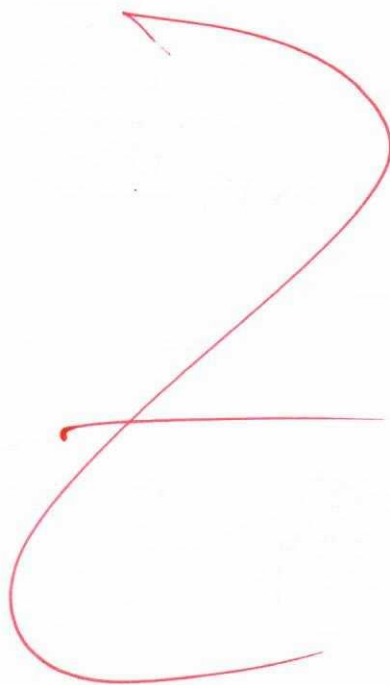
~~$x + k = 33$~~

$$\begin{cases}
 k + x + z = 36 \\
 x = 3z \\
 4x = k + x + z \\
 x + z = 3 + x
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 z = 3 \\
 x = 9 \\
 k = 24
 \end{cases}$$

Ответ: 24

20



ШИФР

4 2 6 1 5

$$P = \frac{2a^2 + 80a + 3600 - 90a + 170a + 6800}{a + 40} = \min.$$

$$P = \frac{2a^2 + 160a + 10400}{a + 40} = \min.$$

$$P' = \frac{(4a + 160)(a + 40) - (2a^2 + 160a + 10400)}{(a + 40)^2} = 0.$$

$$\frac{4a^2 + 320a + 6400 - 2a^2 - 160a - 10400}{(a + 40)^2} = 0.$$

$$\frac{2a^2 + 160a - 4000}{(a + 40)^2} = 0.$$

$$2 \frac{a^2 + 80a - 2000}{(a + 40)^2} = 0.$$

$$(a = 20) \quad (b = 15)$$

$$P_{\min} = 40 + \frac{3600 - 1800}{60} + 170 = 40 + 30 + 170 = \underline{240 \text{ м.}} \quad \checkmark$$

$$BK = 15 + 45 = 60 \text{ м.} \quad \checkmark$$

$$KE = 20 + 40 = 60 \text{ м.} \quad \checkmark$$

$$GH = 20 \text{ м.} \quad \checkmark$$

(20)

ШИФР

4 2 6 1 5

Задача 2

$$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \leq 14$$

$$(4-\sqrt{3})^x + (4+\sqrt{3})^x \leq 14$$

Заметим, что при $x=1$; $(4-\sqrt{3})^x + (4+\sqrt{3})^x = 14$

~~обе функции обе функции возрастают~~

$(4-\sqrt{3})^x$ - монотонно возрастает } $\Rightarrow (4-\sqrt{3})^x + (4+\sqrt{3})^x$ -
 $(4+\sqrt{3})^x$ - монотонно возрастает } монотонно возрастает.

значит $x \leq 1$

Задача 3

$$y = \cos^2 x$$

$$y^{(1)} = -2^0 \sin 2x$$

$$y^{(2)} = -2^1 \cos 2x$$

$$y^{(3)} = +2^2 \sin 2x$$

$$y^{(4)} = +2^3 \cos 2x$$

$$\begin{array}{r} -2019 \overline{) 4} \\ \underline{-20} \\ 19 \\ \underline{-16} \\ 3 \end{array}$$

2) Если остаток 1 или 3, то $\sin$ -функция, если 0 или 2, $\cos$ -функция.

3) степень функции - степень синуса 1.

Учитывая все 3 условия можно определить функцию

$$y^{(2019)} = 2^{2018} \sin 2x$$

15

1) Заметим, что если остаток от деления степени на 4 равен 3 или 0, то перед функцией не будет минуса, а если 1 или 2, будет.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 \\ x^2 + xz + z^2 = 16 \\ y^2 + yz + z^2 = 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = (z - y)(x + y + z) \\ 48 = (y - x)(x + y + z) \\ 55 = (z - x)(x + y + z) \end{cases}$$

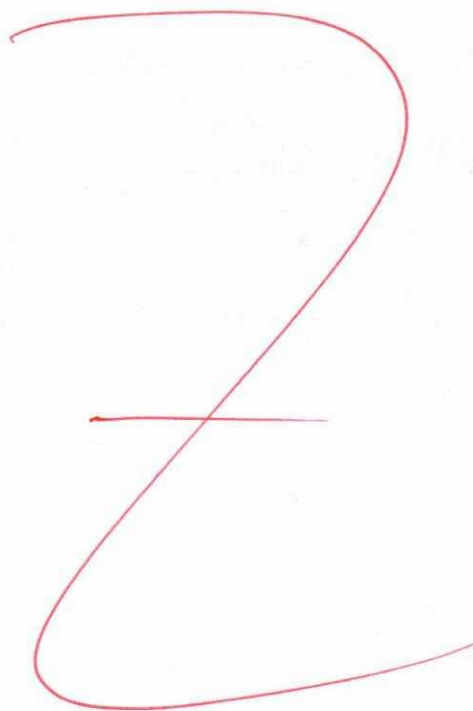
$$\frac{7}{55} = \frac{(x + y + z)(z - y)}{(z - x)(x + y + z)}; \quad 7z - 7x = 55z - 55y$$

$$35y - 7x = 48z \quad (1)$$

$$\frac{48}{55} = \frac{y - x}{z - x}; \quad 48z - 48x = 55y - 55x$$

$$55y - 48z = 7x \quad (2)$$

$$y = 1; x = 1; z = 1 \quad \underline{(1; 1; 1)}$$



ШИФР

4 2 6 1 5

Задача 1. $y = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9$ будет иметь
пересечение в точке а) нуле, если y пересечет ось x .

$$y' = 4x^3 - 18x^2 + 22x - 4 = 0$$

$$2x^3 - 9x^2 + 11x - 2 = 0$$

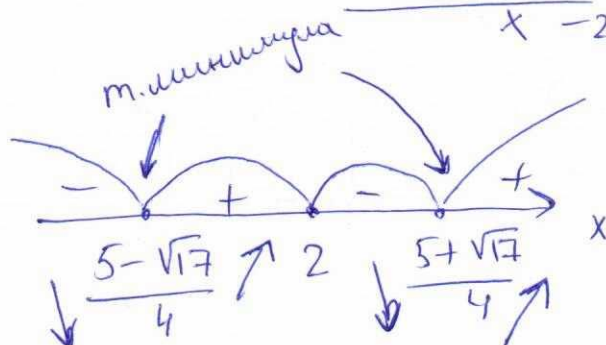
$$x_1 = 2$$

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x_{2,3} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 9x^2 + 11x - 2 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{- 2x^3 - 4x^2} \quad \quad \quad 2x^2 - 5x + 1 \\ \quad \quad \quad - 5x^2 + 11x \\ \quad \quad \quad \underline{- 5x^2 + 10x} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad x - 2 \end{array}$$



Если точки минимума не лежат выше оси x , то
пересечения с Ox не будет.

Подставив корни x_2, x_3 убеждаемся, что

$$y(x_2) > 0; y(x_3) > 0 \Rightarrow \text{корней нет.}$$

5

Задача 5.

$$S = 2100$$

1) Очевидно, что $GH = 20$

$$P = \underbrace{a}_{35} + \underbrace{45}_{35} + \underbrace{a}_{35} + \underbrace{40}_{50} + 2b + 20 + 15 + 20 + 30 = \min$$

$$P = 2a + 2b + 170 = \min$$

$$2100 = 300 + ba + 40b + 45a$$

$$1800 = b(a + 40) + 45a$$

$$b = \frac{1800 - 45a}{a + 40}$$

$$P = 2a + \frac{3600 - 90a}{a + 40} + 170 = \min$$

