ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 1 5

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	—	0					50	пятьдесят	

№3.

Найдем производную 1-го порядка.

$y'=(\cos^2x)'=(\cos x\cdot\cos x)'=(\cos x)'\cdot\cos x+\cos x(\cos x)'=2\cos x(\cos x)'=-2\cos x\sin x$

$y''=(-2\cos x\sin x)'^{\#1}=-2\cdot((\cos x)'\sin x+\cos x(\sin x)')=-2(-\sin x\cdot\sin x+\cos x\cdot\cos x)=-2(\cos^2x-\sin^2x)$

$y'''=(-2(\cos^2x-\sin^2x))'=-2\cdot(-2\sin x\cos x-2\sin x\cos x)=+8\sin x\cos x$

$y^{(4)}=8(\cos^2x-\sin^2x)$

$y^{(5)}=-32\sin x\cos x$

Таким образом, мы можем заметить, что производная нечетного порядка отличается только знаком и начальным коэффициентом, который ~~вычисляется~~ можно определить заметив закономерность.

$k=2^{(\text{порядок производной})}$

~~А~~ заметив, что 2019 кратно 3, можно определить знак производной, т.е. +.

$y^{(2019)}=2^{2019}\sin x\cos x$

Ответ: $y^{(2019)}=2^{2019}\cdot\sin x\cos x$ ✓ 15

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 5 |

№1.

~~Урав Решениями уравнения будут числа, кратные~~

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$x^2(x^2-6x+9-9)+11x^2-4x+9=0$

$x^2((x-3)^2-9)+11x^2-4x+9=0$

№4.

Пусть x – бойцов владеющих профессией бетонщика, тогда плотников $3x$, а каменщиков $3xn$. Тогда бойцов владеющих 2-мя профессиями будет $(3x+3)$. Всего ~~различные~~ профессий тогда будет $36+3x+3$, а по условию задачи: $3x+x+3nx$.

$36+\cancel{3x}+3=\cancel{3x}+x+3nx$

$39=x(1+3n)$

$x=\frac{39}{1+3n}$. Т.к. работников у нас целое число, то $\frac{39}{1+3n}$ – целое число $\Rightarrow$ $1+3n$ – делитель 39. Наименьший делитель это 3, но т.к $2\le n\le 20$, то он нам не подходит. Тогда $1+3n=13$

$3n=12$ $n=4$.

Следовательно, ~~2-мя~~ $x=\frac{39}{13}=3$ – ~~ко~~ бетонщика, тогда 2-мя проф. обладают $3x+3=3\cdot 3+3=12$.

Следовательно, одной проф. обладает $36-12=24$ человека.

Ответ: 24.

20

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 5 |

№1

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$x^2(x^2+11)-x(6x^2+4)+9=0$

≥ 0 ≥ 0

$x^2(x^2+11)-x(6x^2+4)=-9$

≥ 0 ≥ 0

$x^2(x^2+11)>x(6x^2+4)$, поэтому, при любом значении x выражение $x^2(x^2+11)-x(6x^2+4)>0$, а это противоречит условию, следовательно данное уравнение корней не имеет, что и требовалось доказать.

№6

Система $\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 \\ x^2+xz+z^2=16 \\ y^2+yz+z^2=64 \end{cases}$ не имеет всех положительных решений.

Решение? $\varnothing$

№2

$\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt3}\right)^x\leq 14$

1) $7-4\sqrt3=2^2-2\cdot2\sqrt3+(\sqrt3)^2=(2-\sqrt3)^2$

2) $7+4\sqrt3=2^2+2\cdot2\cdot\sqrt3+(\sqrt3)^2=(2+\sqrt3)^2$

$\left(\sqrt{(2-\sqrt3)^2}\right)^x+\left(\sqrt{(2+\sqrt3)^2}\right)^x\leq 14$

$(2-\sqrt3)^x+(2+\sqrt3)^x\leq 14$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 1 5

Рассмотрим:

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{2}$$

$$(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x=\frac{1}{(2+\sqrt{3})^x}+\frac{1}{(2-\sqrt{3})^x} \Rightarrow \text{функция четн}$$

Рассмотрим $x>0$

Исследуем.

$f(x)=(2-\sqrt{3})^x+(2+\sqrt{3})^x$

$f'(x)=x\cdot(2-\sqrt{3})^{x-1}+x(2+\sqrt{3})^{x-1}>0$

Значит при $x>0$ $f(x)$ монотонно возрастает.

Рассмотрим $x=2$

$f(2)=(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^2=14$

Значит $x=2$ принадлежит множеству решений

Т.к. функция возрастающая, то при $x>2$ $f(x)>14 \Rightarrow$

$x\le 2$ – подходит.

Рассмотрим $x=0$ $f(x)=1+1=2\le 14 \Rightarrow$

$x\in[0;2]$. Т.к. функция четная, то $x\in[-2;0]$,

Следовательно $x\in[-2;2]$.

Ответ: $x\in[-2;2]$. V 10

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 1 5

№1. $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0.$

Найдем т. экстремума

$y'=4x^3-18x^2+22x-4=0$

$2x^3-9x^2+11x-2=0.$

$x=2.$

$(x-2)(2x^2-5x+1)=0$

$x_1=2$

$x_{2/3}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

$x_{2;3}$ - точки минимума, подставим в $y(x)$ и убедимся, что $\min y(x)>0$, значит и вся функция $y(x)>0$, значит уравнение $y(x)=0$ не имеет решений, что и требовалось доказать.

5