ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 7 3 2

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	2	–					52	пятьдесят два	[illegible]

Задание 1. Док-ть, что $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ не имеет решений

Преобразуем левую часть уравнения

$(x^4-6x^3+9x^2)+2x^2-4x+9=0$.

$\underbrace{(x^2-3x)^2}_{f(x)}+\underbrace{(2x^2-4x+9)}_{g(x)}=0$

$f(x)$ принимает значения больше или равные 0 при $\forall x$.

$g(x)$: $2x^2-4x+9$ $D=16-4\cdot9\cdot2<0$, т.е парабола выше $0x$ =>

=> значения $g(x)$ всегда будет принимать больше 0. => $f(x)+g(x)$ всегда больше 0. ч. т. д.

5

Задание 3.

Найти производную $y^{2019'}$, если $y=\cos^2x$.

$y'=-2\cos x\sin x=-2^0\cdot\sin 2x$.

$y''=-2'\cos 2x=-2^1\cos 2x$

$y'''=2^2\sin 2x$

$y''''=2^3\cdot\cos 2x$

$y^{(5)}=-2^4\cdot\sin 2x$

$y^{(6)}=-2^5\cdot\cos 2x$

$y^{(7)}=2^6\cdot \sin 2x$

$y^{(8)}=2^7\cdot\cos 2x$

Заметим, что $y'=y^{(5)}\cdot2^4$

существует закономерность, повторяющая тригонометрические множители

$2019 : 4 = 54$, 2016, остаток 3

$y^{(2019)}=2^{2018}\cdot\sin 2x$.

Степень „2" в нашей закономерности на 1 меньше степени дифференциров.

Ответ: $2^{2018}\cdot\sin 2x$.

10

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 0 | 7 | 3 | 2 |

Задание 2. $(\underbrace{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}_{A})^x + (\underbrace{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}_{B})^x \le 14$

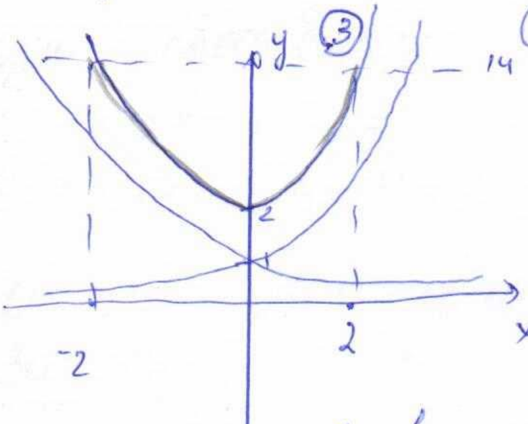
Сравним числа A и B с 1.

$\sqrt{7-4\sqrt{3}} \overset{<}{\vee} 1$ $\quad 7-4\sqrt{3} \vee 1$ $\quad 6 \vee 4\sqrt{3}$ $\quad \sqrt{36} \overset{<}{\vee} \sqrt{48}$

$\sqrt{7+4\sqrt{3}} \overset{>}{\vee} 1$ $\quad 7+4\sqrt{3} \vee 1.$ $\quad \underset{\ge 0}{4\sqrt{3}} \vee -6$

сл-но $(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x$ – убывает, $(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x$ – возрастает.

Построим сх. графики



③ – график системы двух функций.

$\Rightarrow$ решение $(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x = 14$ (1)

будет иметь 2 точки

Реш. (1) будет $x = 2$ и $x = -2$.

$x\ (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 = 7+7 = 14$ – верно

$\frac{1}{(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2} + \frac{1}{(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2} = \frac{14}{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \frac{14}{49-48} = 14$ – верно

Значит, решением неравенства будет все, что под $y = 14$

Ответ: $[-2; 2]$.

10

Задача 4. Всего – 36 бойцов.

Каменщик $\quad$ Бетонщик $\quad$ Плотник

$y \quad x \quad 3x$

$\frac{y}{n} \quad 3x = \frac{y}{n}$

$3xn = y$

$Z_2 = 3x+3.$

Всего 36 бойцов, тогда

$3x + x + y - (3x+3) = 36$

$4x + 3xn - (3x+3) = 36$

$x + 3xn = 39$

$x(1+3n) = 39.$

$x=1 \quad 1+3n=39 \quad n \in \varnothing.$

$x=3 \quad 1+3n=13 \quad n=4$

$x=13 \quad 1+3n=3 \quad n \in \varnothing.$

$x=39 \quad 1+3n=1 \quad 3n=0 \; n=0$

Значит, $n=4.$, $x=3.$

Значит, ~~владеющих~~ бетонщиков было 3 человека.

Владеющих двумя профессиями 12 человек.

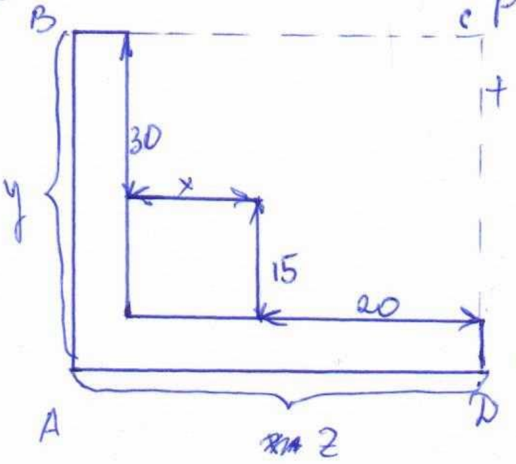
Одной профессией:

$y+x+3x-2z_2=$

$=3xn+4x-2(3x+3)=3\cdot3\cdot4+12-2(9+3)=36+12-24=24$ 20

Ответ: 24 человека владеют одной профессией.

Задача 5)



$P=\cancel{z}+\cancel{y}+\cancel{20}+\cancel{15}+x+\cancel{30}+(z-\cancel{20}-\cancel{x})+$

$+(y-\cancel{15}-\cancel{30})=2y+2z.=P$ прямоугольника ABCD

$yz-30x-300-600=2100.$

$yz=3000+30x$

$yz=30(100+x)$

Рассмотрим, если ABCD − квадрат, $10\sqrt{42}$, то $S=4200$ (ABCD)

Тогда стороны равны ~~1050~~ ~~y=z=1050~~

~~P=2(2100)=4200~~. $P=40\sqrt{42}$

Ответ: ~~4200~~. $40\sqrt{42}$! 240

2