ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 44930

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 090219

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	15	ϕ	ϕ	30					55	пятьдесят пять	

№2.

$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \le 14$

$7-4\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2$ $\quad 2 > \sqrt{3} \Rightarrow$ внутреннее выражение положительное

$7+4\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})^2$

$(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \le 14$ $\quad x=2 \Rightarrow (2-\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{3})^2 \le 14$

$7+7 \le 14$ $\quad 14=14$

$(2-\sqrt{3})^x$ – монотонно возрастает и непрерывна

$(2+\sqrt{3})^x$ – монотонно возрастает и непрерывна

$14 - const \Rightarrow$ если есть решение, когда $(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \le 14$, то оно только одно ($x=2$).

$\Rightarrow$ значит функция будет иметь постоянный знака на интервалах от $(0;2)$ и от $[2;\infty)$. ($y = 14 - (2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x$)

допустим $x=0 \Rightarrow 2 \le 14$ (удовлетворяет условию)

$x=3$ $\quad (3-\sqrt{3})^3 + (3+\sqrt{3})^3 \le 14$

$27+27+54 \le 14$ (не удовлетворяет условию) $\Rightarrow$

$x \le 2$

Ответ: $x \le 2$ $\quad [-2;2]$ (5)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 9 3 0

№1

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$x^4-6x^3+10x^2+5+x^2-4x+4=0$

$x^4-6x^3+10x^2+5+(x-2)^2=0$

$x^2(x^2-6x+10)+5+(x-2)^2=0$

$$\begin{cases} D=36-4\cdot 10=-4 \Rightarrow x^2-6x+10>0 \\ x^2\geq 0 \\ (x-2)^2\geq 0 \\ 5>0 \end{cases} \Rightarrow x^2(x^2-6x+10)+5+(x-2)^2>0$$

ч.т.д

5

№3.

$y=\cos^2 x$

$y'=-2\cos x\cdot\sin x=-\sin 2x$ $\quad y''=-2\cos 2x$

~~если~~ допустим

$y'\to y$ (~~т.к разница количества взятых производных не меняется, то такое действи~~

~~$y^{(2019)}\to y^{(2020)}$~~ ~~пусть y' - это y, тогда $y^{(2019)}$ - это $y^{(2018)}$~~

~~$y^{2020}\to y^{2019}$~~ (~~кол-во производных const~~)

1.) ~~ме~~ функции будут меняться от cos к sin и наоборот $\Rightarrow$ будет меняться знак с периодичностью

2.) ~~y^{2018}~~ т.к $y'=-\sin 2x$ (это сложная функция, то $y^{2019}=2^{2018}\cdot$ (какую-то периодичную функцию со знаком + или −.

3.) y' - с отрицательным коэф.; y'' - с отрицательным коэф, y''' - с полож. коэф; y^{IV} - с полож. коэф - всё это один цикл, в котором так будут метяться знаки ($\underset{y'}{-}$ − + + − − + + ...) - если y' это первый минус, то y^{2019} это положительный коэффициент. $\Rightarrow y^{2019}=-2^{2018}\cdot$ ($\cos 2x$ или $\sin 2x$)

($\underset{y^{2017}}{\ldots}\ \underset{y^{2018}}{-}\ \underset{y^{2019}}{-}\ \underset{y^{2020}}{+}\ +$)

4.) если $y'=-\sin 2x$, а функции постоянно меняются с sin → cos → sin ..., то нечётные это sin, а чётные это cos.

т.к 2019 - нечётн $\Rightarrow y^{(2019)}=+2^{2018}\sin 2x$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 9 3 0

Ответ: $y = 2^{2019} \cdot \sin 2x$. ✓ (15)

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 \quad (1) \\ x^2+xz+z^2=16 \quad (2) \\ y^2+yz+z^2=64 \quad (3) \end{cases}$$

$$x^2+xy+y^2-9=0$$

$$D = y^2 - 4(y^2-9) = -3y^2+36 = 0$$

$$\begin{cases} -(1)+(2) \\ -(2)+(3) \\ -(3)+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^2-y^2+x(z-y)=7 \\ y^2-x^2+z(y-x)=48 \\ x^2-z^2+y(x-z)=-55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (z-y)(z+y+x)=7 \\ (y-x)(z+y+x)=48 \\ (x-z)(z+y+x)=-55 \end{cases}$$

т.к $z>0$ $y>0$ $x>0$ =>

=> $x<z$ и $y>x$ =>

=> $z>y>x$

максимальное значение $z=8$ из (2) $z \le 4$

подставим максимальное значение в (3) выражение

$y^2+4y+16=64$ $y^2+4y-48=0$

при z - max, y - min

$D = 16+4\cdot 48 = 4(52) = 4\cdot 4\cdot 13$

$y_{12} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{13}}{2}$, по условию

$y = -2+2\sqrt{13} = 2(\sqrt{13}-1)$

$2(\sqrt{13}-1) \vee 4$

$\sqrt{13}-1 \vee 2$

$\sqrt{13} \vee 3$

$z \le 4$ (из второго)

$x \le 3$ (из первого выражения

$y \le 3$ (из первого выражения

y^2+yz+z^2 - max, при $y=$ max и $z=$ max

$16 + 4\cdot 3 + 9 = 37$ - max, но по условию $y^2+yz+z^2=64$ =>

=> противоречие => $\varnothing$

Ответ: $\varnothing$. (30)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 4 | 9 | 3 | 0 |

№4.

К – Зпь

Б – Ь

П – Зь

Зпь + Ь + Зь = 4Ь + Зпь – общее кол-во профессий у 36 бойцов

$3 \le n \le 20$

Т.к $b \ge 1 \Rightarrow$ Зпь – мин 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~12~~ $n \ge 3$

Т.к 10 · 10

$36 = S_1 + S_2 + S_3$

$S_2 = 3 \cdot 3b$ – человек с двумя профессиями

$S_1 + S_3 = 36 - 9b$

$4b + 3nb - 18b =$ общее кол-во профессий у бойцов с 1 и 3 профессиями

$3b(n - 6) \Rightarrow n \ge 6$

все с одной работой

~~нет с одной раб.~~

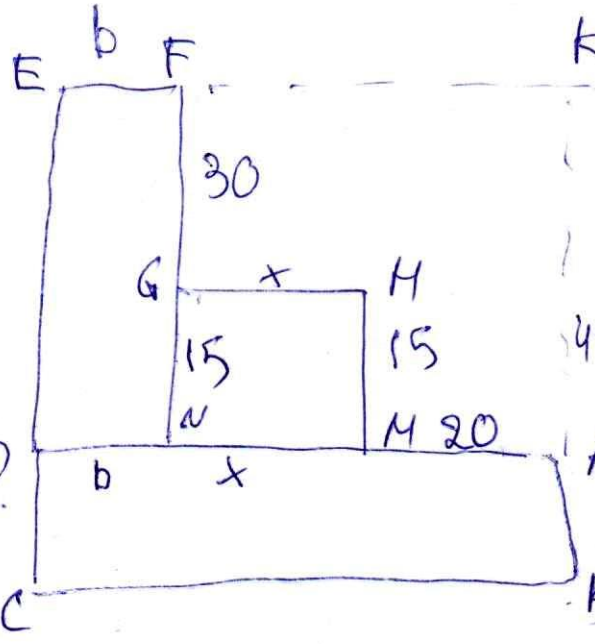
Ответ: ~~нет с 6 одной~~ 1

$36 = 4b + (4 + 3n)$

$36 - 4 = 3n$

$A = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 11$



№5.

1.) $P_{лагеря} = P_{всех}$

2.) если фигуры имеют одинаковую S, то $P \le$ у той, которая квадрат, $\Rightarrow$ 45 $\Rightarrow$ можно переставить III сектора в квадрат (или ближе к квадрату)

$b + x = 45$

$b \le 40$

$P_{BK} \le 60$

$KE = BK$