ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 14042

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА

Фамилия	АВТОМОНОВ
Имя	ПАВЕЛ
Отчество	ЮРЬЕВИЧ

№ школы	31
Населенный пункт	ЧЕЛЯБИНСК

Номер варианта	6

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ НЕФТЕГАЗОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14042

Класс 10 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3 → 1	5	5	5	10	10	7 → 5	3	15 → 10	2	65 → 61	шестьдесят пять	

Задание №1

$$(x^2+2x+2)(x^2+2x-2)=5$$

$$(x^2+2x)^2-9=0$$

$$(x^2+2x)^2=9$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+2x-3=0 \\ x^2+2x+3=0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} (x\pm 3)(x+1)=0 \quad (1) \\ x^2+2x+3=0 \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) $(x-3)(x+1)=0$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_1=-1 \end{array}\right.$$

(2) $x^2+2x+3=0$

$D=4-12=-8$

$x\in\varnothing$

Ответ: $\pm 1; 3$

Задание 2

$$\underbrace{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}}_{>0}=\underbrace{2\sqrt{x}}_{>0}$$ ОДЗ: $x>3$

$$3x-2+2\sqrt{2x^2-5x-3}=4x$$

$$\underbrace{2\sqrt{2x^2-5x-3}}_{>0}=\underbrace{x+2}_{>0}$$

$$8x^2-20x-12-x^2-4x-4=0$$

$$7x^2-24x-16=0$$

$$D=24^2+28\times 16=1024$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{24+32}{14}=4 \\ x_2=\frac{24-32}{14}=-\frac{4}{7}, \text{ но не удов. ОДЗ} \end{array}\right.$$

Ответ: 4

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14042

Задание 3

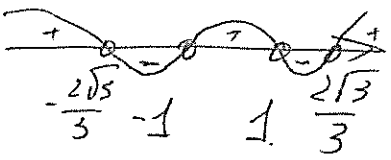
ОДЗ: $x \neq \pm 1$

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2$$

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} + \frac{2(x^2-1)}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{3x^2-4}{(x-1)(x+1)} < 0$$

* Нули: $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $x = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$



$\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -1\right) \cup \left(1; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

Ответ: $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -1\right) \cup \left(1; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

+

Задание №4

$$\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4(10/3)$$

ОДЗ: $x > 1$

$$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4 3$$

$$2x^2+x-6 = 0$$

$$D = 1+48 = 7^2$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1+7}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{-1-7}{4} = -2, \text{ но не уд. ОДЗ} \end{cases}$$

+ Ответ: 1,5

Задание 5

$$4^x - 4 \cdot 3 \cdot 2^x$$

$2^x = t$; $t > 0$

$t^2 + 3t - 4 > 0$

$(t+4)(t-1) > 0$



$\begin{cases} t > 1 \\ t < -4, \text{ не уд. усл. } (t>0) \end{cases}$

$2^x > 1$

$x > 0$

Ответ: $x > 0$

+

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14042

Задание 6

Пусть факультет принимает x человек, тогда

A B C Σ

$$\frac{4x}{13} + \frac{3x}{13} + \frac{6x}{13} = x$$

С учетом доп. условия:

$$\left(\frac{4x}{13}+4\right) + \left(\frac{3x}{13}+5\right) + \left(\frac{6x}{13}+6\right) = \frac{14}{13}x$$

$$\frac{13x + 195}{13} = \frac{14x}{13}$$

$x = 195$ человек, тогда:

A – 64 чел
B – 50 чел
C – 96 чел.

Ответ: A – 64
B – 50
C – 96

+

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

Задание № 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Знак	1	q	q^2	q^3	q^4	q^5	q^6	q^7	q^8	q^9	q^{10}	q^{11}	q^{12}

$q^4 + q^8 = 6$ $\quad q \neq 1$ $\quad q \neq 0$

$q^4 = 2$

$q = \pm\sqrt[4]{2}$

$S_{13} = \frac{q^{13}-1}{q-1}$!

Знак 1 $1\ \sqrt[4]{2}\ \sqrt{2}\ \sqrt[4]{8}\ 2\ 2\sqrt[4]{2}\ 2\sqrt{2}\ 2\sqrt[4]{8}\ 4\ 4\sqrt[4]{2}\ 4\sqrt{2}\ 4\sqrt[4]{8}\ 8$ (+)

Знак 2 $1\ -\sqrt[4]{2}\ \sqrt{2}\ -\sqrt[4]{8}\ 2\ -2\sqrt[4]{2}\ 2\sqrt{2}\ -2\sqrt[4]{8}\ 4\ -4\sqrt[4]{2}\ 4\sqrt{2}\ -4\sqrt[4]{8}\ 8$ (××)

(+)

$\Sigma = 15 + (\sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{8}) \cdot 7$

(××)

$\Sigma = 15 - (\sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{8})\,7$

Ответ: ± 7

$\Sigma = 15 + 7(\sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{8})$

$\Sigma = 15 - 7(\sqrt[4]{2} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{8})$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР _____

Задание 9

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases},$$

Заметим:

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1/2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x + \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1/2 \end{cases},$$

тогда

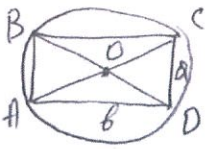
(1) $\begin{cases} \sin x = 1/2 \\ \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ — подбор!

(2) $\begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos y = 1/2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \pi/6 + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right. \quad n \in Z \\ y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \ k \in Z \end{cases}$ +

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi m \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m \end{array}\right. , \ m \in Z \\ y = \pm \pi/6 + 2\pi l, \ l \in Z \end{cases}$

Задание 8



O - центр окружности, т.к. прямоугольник описан.

$AC = 2O = \sqrt{a^2+b^2}$, $S_{ср} = 5\pi^2$

$S_{пр} = ab$.

$\begin{cases} 400 = a^2+b^2 \\ 5\pi^2 = 2ab \end{cases}$, сложим ур-я, ур-я $\Rightarrow$ есть реш.

Решим:

$\begin{cases} 10\sqrt{5\pi+4} = a+b \\ 50\pi = ab \end{cases}$ $\begin{cases} b^2 - 10\sqrt{5\pi+4}\, b - 50\pi = 0 \\ a = \frac{50\pi}{b} \end{cases}$?

$\begin{cases} b = 5\left(\sqrt{5\pi+4} + \sqrt{3\pi+4}\right) \\ a = \frac{40\pi}{\sqrt{5\pi+4}+\sqrt{3\pi+4}} \end{cases}$ +

$\begin{cases} b = 5\left(\sqrt{5\pi+4} + \sqrt{3\pi+4}\right) \\ a = \frac{5\left(\sqrt{5\pi+4} - \sqrt{3\pi+4}\right)}{2\pi+4} \cdot \pi \end{cases}$

Ответ:

$a = 5\left(\sqrt{5\pi+4} + \sqrt{3\pi+4}\right) - \frac{5\left(\sqrt{5\pi+4} - \sqrt{3\pi+4}\right)}{\pi \ 2\pi+4}$

Задание № 10

$$\sqrt[3]{20+\sqrt{392}} + \sqrt[3]{20-\sqrt{392}}$$

Заметим:

$(2 \pm \sqrt{2})^3 = 8 \pm 12\sqrt{2} + 12 \pm 2\sqrt{2} = 20 \pm 14\sqrt{2}$

Нет новых рец-я.

$\sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} = 2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2} = 4$ +

2