ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

Класс 10 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания ТНУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	5	5	10	~~0~~ 3	3	15	0	20	~~68~~ 71	~~шестьдесят восемь~~ семьдесят один	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

№7. $b1=1$, $b5+b9=6$, $b1q^4+b1\cdot q^8=6$

$q^4(1+q^4)=6$

Пусть $q^4=t$

$t^2+t-6=0 \Rightarrow t^2+3t-2t-6=0$

$t(t+3)-2(t+3)=0$

$t=2 \Rightarrow q^4=2 \Rightarrow q^2=\sqrt{2} \Rightarrow q=\pm 2^{\frac{1}{4}}$

$Sn=\frac{b1\cdot(q^n-1)}{q-1} \Rightarrow S_{13}=\frac{(q^4)^3\cdot q^1-1}{q-1}=\frac{8\cdot 2^{\frac{1}{4}}-1}{2^{\frac{1}{4}}-1}$

Ответ: $S_{13}=\frac{8\cdot 2^{\frac{1}{4}}-1}{2^{\frac{1}{4}}-1}$

+

№9(2) $\sin x+\cos y=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$(\sin x+\cos y)^2=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\sin^2 x+2\sin x\cdot\cos y+\cos^2 y=-\frac{1}{2}$

$\sin^2 x+\cos^2 y=\frac{5-\sqrt{3}}{2}-2\cdot\sin x+\cos y$

$\sin^2 x+\cos^2 y=\frac{5-\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin^2 x+\cos^2 y=\frac{5}{2}$

$\begin{cases} t^2+m^2=\frac{5}{2} \\ t\cdot m=-\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

—

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

№2 $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$

$\cancel{(\sqrt{2x+1})^2 = (2\sqrt{x} - \sqrt{x-3})^2}$

$\cancel{2x+1 = (4x - 4\sqrt{x^2-3} + x-3)}$

Условие $x \geq 3$

$2x+1+x-3+2\sqrt{(2x+1)(x-3)} = 4x$

$2\sqrt{(2x+1)(x-3)} = x+2$

$4\cdot(2x+1)(x-3) = x^2+4x+4$

$4\cdot(2x^2-5x-3) = x^2+4x+4$

$8x^2-20x-12 = x^2+4x+4$

$7x^2-24x-16=0$

$D=32^2$

$x1 = \frac{24-32}{14} = -\frac{8}{14}$ – не ~~уд~~ в условие

$x2 = \frac{24+32}{14} = \frac{56}{14} = 4$

+

Ответ: $x=4$

№10. $20+\sqrt{392} = 20+14\sqrt{2} = (2+\sqrt{2})^3$

$20-\sqrt{392} = 20-14\sqrt{2} = (2-\sqrt{2})^3$

$\sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} = 2+\cancel{\sqrt{2}}+2-\cancel{\sqrt{2}} = 4$

Ответ: 4

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

N5 $4^x > 4-3\cdot 2^x$

Замена: $4^x = t^2$

$2^x = t$

$t^2 - 4 + 3t > 0$

$t^2 + 3t - 4 > 0$

$D = 9 + 16 = 25$

$t_1 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ – не подходит под ОДЗ.

$t_2 = \frac{-3+5}{2} = 1$

Обр. замена.

$2^x > 1$ $\quad x > 0$ $\quad$ (ф $2^t > 0$ ↗)

$2^x > 2^0$

Ответ: $x > 0$.

+

9) $\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ $\qquad \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Подбором:

$\sin x + \cos y = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$\sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\cos y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin x = \frac{1}{2}$

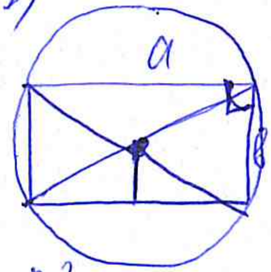
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

№8 (1)



$S = a \cdot b$

$$\begin{cases} a \cdot b = \dfrac{\pi R^2}{2} \\ a^2 + b^2 = (2R)^2 \end{cases}$$

$\pi R^2 = 2ab$ $\quad a^2 + b^2 = 4R^2$ $\quad a = \dfrac{\pi R^2}{2b}$

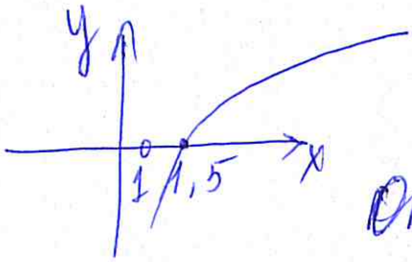
$\dfrac{\pi^2 + R^2}{4b^2} + b^2 = 4R^2$; $\pi^2 R^4 + 4b^4 - 16R^2 b^2 = 0$

$4b^4 - 16R^2 b^2 + \pi^2 R^4 = 0$ $\quad b^4 = z^2$ $\quad b^2 = z$

$D = 256R^4 - 16\pi^2 R^4 = R^2 \cdot 4\sqrt{16 - \pi^2}$

$z = \dfrac{16R^2 + 4R^2 \cdot \sqrt{16-\pi^2}}{8}$ $\quad b = \sqrt{\cancel{16R^2 + 2000 \cdot \sqrt{16-\pi^2}}}$ $\cancel{8}$

№4 (1) $\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4\left(\dfrac{16}{3}\right)$ $\quad x > 1$



Ответ: $x = 1,5$

2) $\log_4\left((2x+3)(x-1)\frac{16}{3}\right) - 2 = 0$

$\log_4\left((2x+3)(x-1)\frac{16}{3}\right) - \log_4 16 = 0$

$\log_4\left((2x+3)(x-1)\frac{1}{3}\right) = 0$

При $x = 1,5$ $\quad y = 0 \Rightarrow$ Ответ: $x = 1,5$

+

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 6349

N1. $(x^2+2x+2)(x^2+2x-2)=5$

Замена

$x^2+2x=t$

$(t+2)(t-2)=5$

$t^2-\cancel{2t}+\cancel{2t}-4=5$

$t^2=9$

$t=\pm 3 \Rightarrow$

Обр. замена.

1) $x^2+2x=3$

$x^2+2x-3=0$

$D=4+12=16$

$x_1=-3$

$x=1$.

2) $x^2+2x=-3$

$x^2+2x+3=0$

$D<0$

$\varnothing$.

Ответ: $x=-3$, $x=1$

+

N3. $\dfrac{x^2-2}{x^2-1}<-2$

Р.М.И

Н.Ч

$x^2-2+2(x^2-1)=0$.

$x^2-2+2x^2-2=0$.

$3x^2-4=0$

$3x^2=4$

$x^2=\frac{4}{3}$ $x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$

$\cancel{x=\pm\sqrt{1\frac{1}{3}}}$

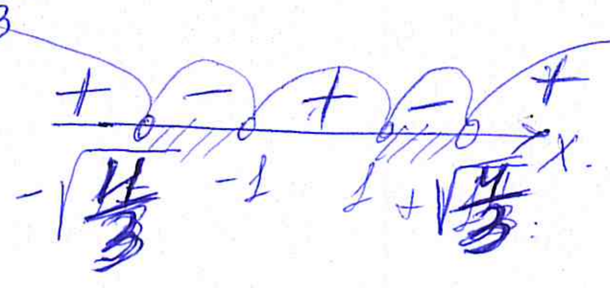
$$\frac{\left(x-\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)\left(x+\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)}{(x-1)(x+1)}<0.$$

Н.З.

$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x=\pm 1$



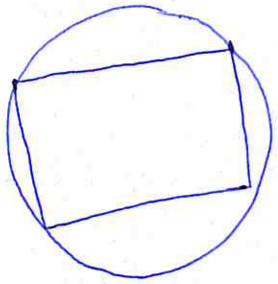
+

~~Ответ: $x\in\left(\sqrt{1\frac{1}{3}};-1\right)\cup\left(1;+\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)$~~

Ответ: $x\in\left(-\sqrt{\frac{4}{3}};-1\right)\cup\left(1;+\sqrt{\frac{4}{3}}\right)$

ШИФР 6349

?(2)



$$\begin{cases} ab\cdot 2=\pi R^2 \\ a^2+b^2=4R^2 \end{cases}$$

$(a+b)^2=400+100\pi=$

$=100\cdot(4+\pi) \Rightarrow$ Отрицат.

$a+b=10\sqrt{4+\pi}$

$$\begin{cases} a\cdot b=50\pi \\ a+b=10\sqrt{4+\pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{50\pi}{b} \\ \frac{50\pi}{b}+b=10\sqrt{4+\pi} \end{cases}$$

$b^2-10b\cdot\sqrt{4+\pi}+50\pi=0.$

$b=5(\sqrt{4+\pi}\pm\sqrt{4-\pi}) \Rightarrow$

$$\begin{cases} a=5\cdot(\sqrt{4+\pi}+\sqrt{4-\pi}) \\ b=5\cdot(\sqrt{4+\pi}-\sqrt{4-\pi}) \end{cases}$$

Ответ: $a=5\cdot(\sqrt{4+\pi}+\sqrt{4-\pi})$
$b=5\cdot(\sqrt{4+\pi}-\sqrt{4-\pi})$

+

№6 x- часть студентов
y- кол-во ст. поступивших по плану
z - кол-во ст. поступивших в реальности
$y=100\%$
$z=107\frac{9}{13}\%$

$z=\frac{107\frac{9}{13}\cdot y}{100}=\frac{1400\cdot y}{13\cdot 100}=\frac{14}{13}y$

Система:

$$\begin{cases} 4x+3x+6x=y \\ 4x+4+3x+5+6x+6=\frac{14}{13}y \end{cases}$$

выр-ем из 1-ого ур-ия подст во 2-ое

$13x+15=\frac{14\cdot 13x}{13}$ $13x+15=14x$

$x=15$

Было принято: $13\times15+15=15(13+1)=$
$=210$ ст Ответ: 210 студентов