ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

**ШИФР** | 3 | 5 | 3 | 2 | 1 |

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09. 02. 2019

Площадка написания КНИТУ

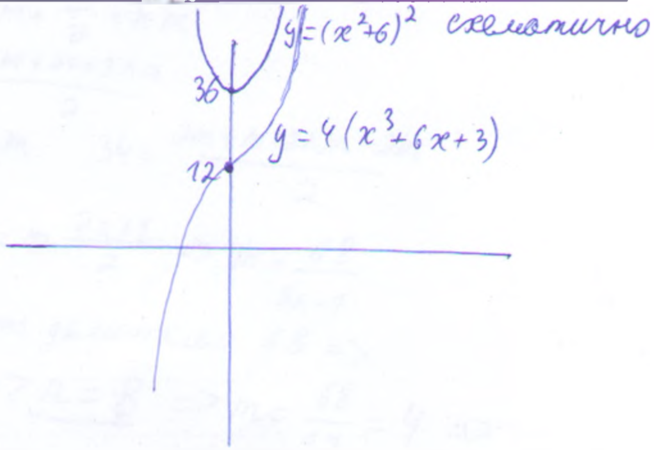
| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ Цифрой | Σ Прописью | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Оценка | 5 | 9 | 10 | 20 | 4 | 30 | 78 | семьдесят восемь | |

1. $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$(x^4+12x^2+36)-4(x^3+6x+3)=0$

$(x^2+6)^2=4(x^3+6x+3)$

(Решим графическим) методом




$x=0,\ y=36$ | $x=0,\ y=12$

$x=2,\ y=100$ | $x=2,\ y=92$

$x=4,\ y=484$ | $x=4,\ y=364$ $\Rightarrow$

$x=6,\ y=1764$ | $x=6,\ y=1020$

$\Rightarrow$ нет точек пересечения $\Rightarrow$ нет решений

2. $(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\le 62 \quad |\cdot(4+\sqrt{15})^x$

$(4-\sqrt{15})^x\cdot(4+\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^{2x}\le 62\cdot(4+\sqrt{15})^x$

$1+(4+\sqrt{15})^{2x}-62\cdot(4+\sqrt{15})^x\le 0 \qquad (4+\sqrt{15})^x=t,\ t>0$

$t^2-62t+1\le 0 \qquad D=62^2-4=\sqrt{3840}=16\sqrt{15}$

$t_1=31+8\sqrt{15},\ t_2=31-8\sqrt{15}$

$+ \quad - \quad +$; $0 \quad 31-8\sqrt{15} \quad 31+8\sqrt{15} \quad t$

$t\in[31-8\sqrt{15};31+8\sqrt{15}]\Rightarrow x\in[\log_{4+\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15});\log_{4+\sqrt{15}}(31+8\sqrt{15})]$

$31-8\sqrt{15}=(4-\sqrt{15})^2,\quad 31+8\sqrt{15}=(4+\sqrt{15})^2\Rightarrow$

$\Rightarrow x\in[2\log_{4+\sqrt{15}}(4-\sqrt{15});2]$

Ответ: $x\in[2\log_{4+\sqrt{15}}(4-\sqrt{15});2]$

3. $y=\sin^2x,\ y^1=2\sin x\cdot\cos x,\ y^2=2\cos 2x,\ y^3=-4\cdot\sin 2x,\ y^4=-8\cdot\cos 2x,\ y^5=16\cdot\sin 2x,$ $y^6=32\cdot\cos 2x$

Чередование знаков: ++, −−, ++, −−, ++ ; нечётный − синус $\}\Rightarrow$

$\Rightarrow y^{2019}=2^{2018}\cdot(-\sin 2x)$

Ответ: $y^{2019}=2^{2018}\cdot(-\sin 2x)$

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** | 3 | 5 | 3 | 2 | 1 |

4. x – одна профессия
y – две профессии
m – плотники
f – бетонщики
w – каменщики

$x+y=32$; $m=2f$; $w=n\cdot m$; $y=m+2$

$N_{спец}=x+2y$, $N_{спец}=m+f+w$ =>

=> $x+2y=m+f+w$

$f=\frac{m}{2}$; $w=n\cdot m$; $y=m+2$; $x=$ ~~m+2~~ $32-m-2$

$x=30-m$

$30-m+2(m+2)=m+\frac{m}{2}+nm$

$30-m+2m+4=\frac{2m+m+2nm}{2}$

$34=\frac{2m+m+2nm}{2}-m$ $\quad 34=\frac{2m+m+2nm-2m}{2}$

$34=\frac{2nm+m}{2}$ $\quad 34=m\frac{2n+1}{2}$ => $m=\frac{68}{2n+1}$

$2n+1$ должно быть делителем 68 =>

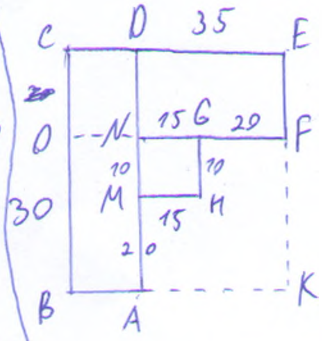
=> $2n+1=17$ => $n=8$ => $m=\frac{68}{17}=4$ =>

=> $x=30-4=\boxed{26}$

Ответ: $x=26$

5. $S=1600$ кв.м
$MA=BF=20$ м
$MH=15$ м
$GH\geq 10$ м

~~Пусть $GH=10$ м, тогда $S_{NGHM}=150$ кв.м~~
~~$DE=35$ м, $BO=30$~~
~~Пусть $DN=20$ м, тогда $S_{DEFN}=35\cdot 20=700$ кв.м,~~
~~а $S_{ABCD}=50\cdot 15$ (пусть $AB=15$) $=750$~~
~~$750+700+150=1600$ кв.м, тогда~~
~~$BK=35+15=50$ м, $FK=30$, $EF=20$,~~
~~$EK=50$ => $L_{ограждения}=(50+50)\cdot 2=200$ м~~




Пусть $GH=10$

$S_{AMHGFK}=30\cdot 35-150=900$ кв.м => $S_{CEKB}=1600+900=2500$ кв.м

Минимальное значение периметра существует для квадрата со стороной 50 ($50\cdot 50=2500$ кв.м) =>

=> $P_{min}=50\cdot 4=\boxed{200 м}$ $\quad$ $BK=50$, $KE=50$, $GH=10$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 3 5 3 2 1

6. $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 & 1) \\ x^2+xz+z^2=9 & 2) \\ y^2+yz+z^2=36 & 3) \end{cases}$ $x>0,\ y>0,\ z>0$

3) - 1):
$y^2+yz+z^2-x^2-xy-y^2=32$
$y(z-x)+z^2-x^2=32$
$y(z-x)+(z-x)(z+x)=32$
$(z-x)(y+z+x)=32$

2) - 1):
$x^2+xz+z^2-x^2-xy-y^2=5$
$x(z-y)+z^2-y^2=5$
$x(z-y)+(z-y)(z+y)=5$
$(z-y)(x+z+y)=5$

3) - 2):
$y^2+yz+z^2-x^2-xz-z^2=27$
$(y-x)(x+y+z)=27$

$\begin{cases} (z-y)(x+z+y)=5 \\ (y-x)(x+y+z)=27 \\ (z-x)(x+y+z)=32 \end{cases}$

$x+z+y$ - положительное число $\Rightarrow z-y>0$, $z>y$

$y^2+yz+z^2-4x^2-4xz-4z^2=0$
$y^2-z^2+z(y-z)+z^2-2z^2-4x^2-4xz=0$
$(y-z)(y+z)+z(y-z)-(z^2+4xz+4x^2)=0$
$(y-z)(y+2z)-(z+2x)^2=0$
$(y-z)(y+2z)=(z+2x)^2$

$z-y>0 \Rightarrow y-z<0$, а $(z+2x)^2>0$ и $y+2z>0 \Rightarrow$ нет решений