ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 35989

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 9.02.19

Площадка написания ~~КООТПИ~~. КНИПТУ.

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	20	30	100	сто	[signature]

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 35989

№01 (Стр №1)

$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=$
$=(x^2-2x+2)^2+4(x-2)^2+4$

$$\left.\begin{array}{l}(x^2-2x+2)^2\geq 0\\ 4(x-2)^2\geq 0\end{array}\right\} \Rightarrow (x^2-2x+2)^2+4(x-2)^2+4\geq 4>0$$

Значит корней нет. ч.т.д.

№09

$(4-\sqrt{15})\cdot(4+\sqrt{15})=16-15=1.$

$(4-\sqrt{15})=y \quad (y>0)$

$y^x+\frac{1}{y^x}\leq 62.$

$\frac{y^{2x}+1}{y^x}\leq 62 \quad (y>0)$

$y^{2x}-62y^x+1\leq 0$

$y^x=t$

$t^2-62t+1\leq 0$

$\frac{62-\sqrt{62^2-4}}{2}\leq t\leq\frac{62+\sqrt{62^2-4}}{2}$

$\frac{62-\sqrt{62^2-4}}{2}\leq y^x\leq\frac{62+\sqrt{62^2-4}}{2}$

$31-\sqrt{31^2-1}\leq y^x\leq 31+\sqrt{31^2-1}$

$31-\sqrt{31^2-1}>0$

$\Downarrow$

~~$x\leq\log_y\sqrt{31}$~~

$\log_y(31-\sqrt{31^2-1})\leq x\leq\log_y(31+\sqrt{31^2-1})$

$y>0,\ y=4-\sqrt{15}$

Ответ: $\log_{(4-\sqrt{15})}(31-\sqrt{31^2-1})\leq x\leq\log_{(4-\sqrt{15})}(31+\sqrt{31^2-1})$

-2 2

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 35989

№3. (Стр. №2)

$y=\sin^2 x$

$y'=2\sin x\cdot\cos x=\sin(2x)$

$y^{(2)}=(\sin(2x))'=2\cos(2x)$

$y^{(3)}=-4\sin(2x)$

$y^{(4)}=-8\cos(2x)$

$y^{(5)}=16\sin(2x)=2^4\cdot y'$

$\Downarrow$

$y^{(4k+1)}=2^{4k}\cdot y'$ (Докажем по индукции)

База:

$k=1$

$y^{(5)}=2^4y'$ – верно (уже доказано)

Переход:

$k\to k+1$

$y^{(4(k+1)+1)}=y^{(4k+1+4)}=(y^{(4k+1)})^{(4)}=(2^{4k}\cdot y')^{(4)}=$

$=2^{4k}\cdot(y')^{(4)}=2^{4k}\cdot y^{(5)}=2^{4k}\cdot 2^4\cdot y'=2^{(4k+1)\cdot 4}$

$y^{(2017)}=y'\cdot 2^{2016}$. $\Rightarrow$ $y^{(2019)}=(y'\cdot 2^{2016})^{(2)}=y^{(3)}\cdot 2^{2016}=$

$=-4\sin(2x)\cdot 2^{2016}=-2^{2018}\cdot\sin(2x)$

$(y^{(3)}=-4\sin(2x))$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 35989.

№4. (Стр. №3)

к - каменщики

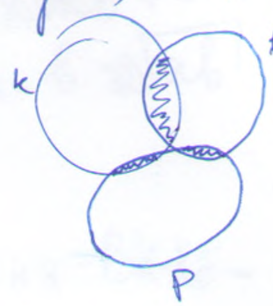
в - бетонщики

р - плотники

а - кол-во людей, у которых 2 проф.

⇓

$a = к + в + р - 32$ (т.к. нет людей, которые имеют 3 проф)



это закраш. области, и они не пересекаются в сумме к+в+р мы их посчитали 2 раза, а ост. 1 раз.

$р = 26$ (по усл.)

$к = nр$ (по усл.)

⇓

$к = 2nв$

$а = р + 2$ (по усл)

⇓

$а = к + в + р - 32 = р + 2$

$к + в = 34$

$к = 2nв \Rightarrow (2n+1)в = 34.$

$(2n+1)в = 17 \cdot 2$

~~2n+1 = 17 (т.к. 2n+1 - нечетн, а~~

$2n+1 \geq 7$ $(n \geq 3)$ $\Rightarrow$ $2n+1 = 17$ (т.к 2n+1 - нечетн, а 17 единст нечетный делитель 34, ≥ 7) $\Rightarrow$ $в = 2$ ($n = 8$

$a = 2nв + 2в + в - 32 = 2\cdot2\cdot8 + 2\cdot2 + 2 - 3$

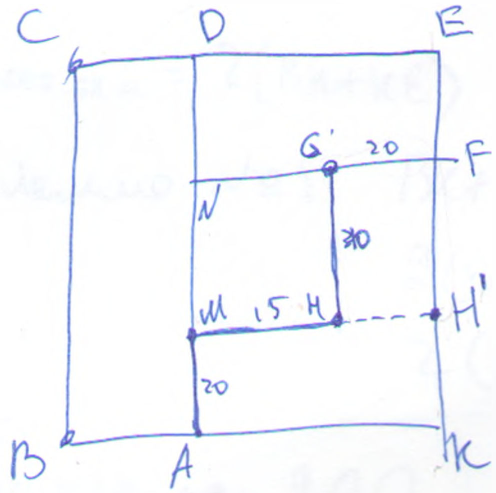
$= 6.$

~~С~~... людей с 1 проф $= 32 - а = 26$ (т.к. у всех 1 или 2.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

ШИФР 35989.

№ 5. (Стр № 4)



Лемма № 1:

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$ для $a,b \geq 0$

Докажем это:

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ ($a,b \geq 0 \Rightarrow$ можем взять корни)

$a-2\sqrt{ab}+b \geq 0$

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$1600 = S_{ABCEFGHM} = S_{BCEK} - S_{AMH'K} - S_{GFH'H} = BK\cdot KE - AM\cdot MH' - GH\cdot GF =$

$= BK\cdot KE - 20\cdot(15+HH') - GH\cdot 20 = BK\cdot KE - 20(15+20) - 20\,GH =$

$= BK\cdot KE - 20\cdot(35+GH) = 1600$ по условию.

$BK\cdot KE = 1600 + 20\cdot(35+GH) \geq 1600 + 20(35+10)$ т.к. $GH \geq 10$.

$BK\cdot KE \geq 1600 + 20\cdot 45 = 2500$

$BK\cdot KE \geq 2500$

$P_{ABCEFGHM} = AB + CB + CE + EF + FG + GH + MN + AM = BC + CE + EK + BK$,

т.к. $GH = FH'$, $AM = H'K$, $MN + GF = AK$

$\Downarrow$

$P_{ABCEFGHM} = BC + CE + EK + BK = 2(KB + KE)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 35989

№5. (Стр. №5)

$P_{ABCEFGHM} = 2(BK+KE)$ $(BK, KE \geq 0)$

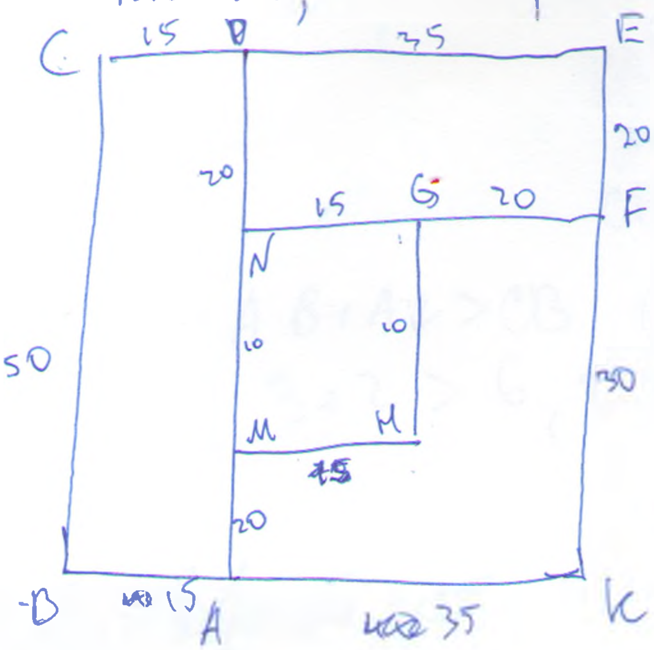
по лемме №1 $BK+KE \geq 2\cdot\sqrt{BK\cdot KE} \Rightarrow$

$2(BK+KE) \geq 4\cdot\sqrt{BK\cdot KE} \geq 4\cdot\sqrt{2500} = 4\cdot 50 = 200$

$2(BK+KE) \geq 200$

Пример на 200:

$BK=50$, $KE=50$, $GH=10$.



$P_{ABCEFGHM} = P_{BCEK}$ (по доказанному ранее)

$50\cdot 4 = 200$

$S_{ABCEFGHM} = S_{ABCD} + S_{DEFN} + S_{GHMN} =$

$= 15\cdot 50 + 20\cdot 35 + 10\cdot 15 =$

$= 750 + 700 + 150 = 1450 + 150 = 1600.$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

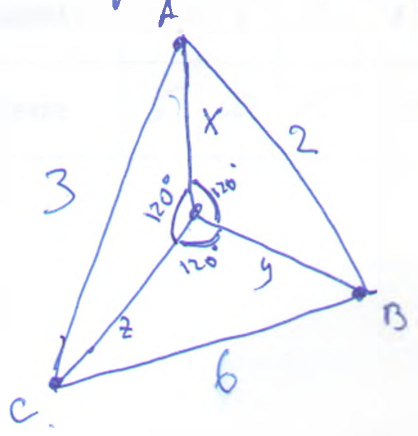
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 35989.

№6. (Стр №6)

Построим такую конструкцию:



(x, y, z - положительные)

$AB^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos 120 = x^2 + y^2 + xy$

$\Downarrow$

$AB^2 = 4 \Rightarrow AB = 2$

$AC^2 = x^2 + z^2 - 2xz \cdot \cos 120° = x^2 + z^2 + xz$

$\Downarrow$

$AC^2 = 9 \Rightarrow AC = 3$

$CB^2 = y^2 + z^2 - 2yz \cdot \cos 120° = y^2 + z^2 + yz$

$\Downarrow$

$CB^2 = 36 \Rightarrow CB = 6$

$AB + AC > CB$ (неравенство Δ-а)

$3 + 2 > 6$, что неверно $\Rightarrow$ таких x, y, z нет.

Ответ: Корней нет