ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 36038

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	7	15	20	9	0	56	пятьдесят шесть	

N 1) $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$x^4+6x^2-4x^3-24x+4x^2+24+2x^2=0$

$x^2(x^2+6)-4x(x^2+6)+4(x^2+6)+2x^2=0$

$(x^2+6)(x^2-4x+4)+2x^2=0$

$(x^2+6)(x-2)^2+2x^2=0$

$x^2+6\geq 6$ при $x\in R$; $2x^2\geq 0$ при $x\in R$; $(x-2)^2\geq 0$ при $x\in R$ => сумма двух не отрицательных чисел равна 0 если каждое из чисел равно 0 => если $x=2$, то $2x^2\neq 0$; если $x=0$, то $(x^2+6)(x-2)^2\neq 0$ => уравнение решений не имеет.

N2) $(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\leq 62$

$62=(4+\sqrt{15})^2+(4-\sqrt{15})^2=16+2\cdot 4\sqrt{15}+15+16-2\cdot 4\sqrt{15}+15=32+30=62$ =>

$(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\leq(4+\sqrt{15})^2+(4-\sqrt{15})^2$, т.к $(4-\sqrt{15})>0$ и $(4+\sqrt{15})>0$, то =>

$$\begin{cases}(4+\sqrt{15})^x\leq(4+\sqrt{15})^2\\(4-\sqrt{15})^x\leq(4+\sqrt{15})^2\end{cases}$$

, т.к числа положительные, то =>

$x\leq 2$

Ответ: $x\in(-\infty;2]$

N 4) Пусть профессией бетонщика владеют x людей, тогда профессией плотника в 2 раза больше, т.е 2x, а профессией каменщика – 2nx людей ($3\leq n\leq 20$; $n\in Z$). Тогда владеют двумя профессиями 2x+2 людей => одной профессией ($32-4x-2=30-2x$) => Суммарное количество людей, владеющих хоть какой-либо профессией $\Sigma=2(2x+2)+30-2x=4x+4+30-2x=34+2x$, тогда так же сумма $\Sigma=x+2x+2nx=3x+2nx$ =>

$34+2x=3x+2nx$ => $34=x(2n+1)$; т.к $x\in N$, $2n+1\in N$, то

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 36038

рассмотрим делители числа 34. 34: 17; 2; 34; 1 =>

$\left[\begin{array}{l} x(2n+1) = 1\cdot 34 \\ x(2n+1) = 2\cdot 17, \end{array}\right.$ т.к $n \geq 3$, то $2n+1 \geq 7$ =>

если $x = 1$, то $2n+1 = 34$ => $2n = 33$ – невозможно, т.к $2n$ – четное, а 33 – нечетное.

=> $x = 2$ $2n+1 = 17$ =>

$2n = 16$ => $\underline{n = 8}$, тогда только 1 профессией владеет

$30 - 2x = 30 - 4 = 26$ человек.

Ответ: 26 человек

3) $y = \sin^2 x$

Производная 1-ого порядка: $y' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

2-ого: $y'' = (2\sin x\cos x)' = 2\cos^2 x - 2\sin^2 x = 2\cos 2x$

3-его: $y''' = (2\sin x\cos x)'' = (2\cos^2 x - 2\sin^2 x)' = -4\sin 2x$

4-ого: $y'''' = (2\cos^2 x - 2\sin^2 x)'' = (-8\sin x\cos x)' = -8\cos 2x$

...

=> если при делении порядка степени на 2 получается целое число, то в основе производной – $\cos 2x$, тогда результат деления будет указывать на степень 4, т.е например производная 3-его поря $\frac{3}{2} = 1$ – целая час, т.е силу, 1-не делится на 2, перед производной будет знак минус, =>

$y''' = -4^1 \sin 2x = -4\sin 2x$ => для производной 2019 порядка

$2019 : 2 = 1009$, остаток от деления 1, т.е в основе $-\sin 2x$, остаток от деления 1, т.е в основе – $\sin 2x$ перед производной знак минус ~~[illegible]~~

т.к 1009 /2 => перед производной знак минус

т.е $(y^{(2019)})' = -4^{1009}\sin 2x = -4^{1009}\cdot 2\cdot\sin x\cos x$

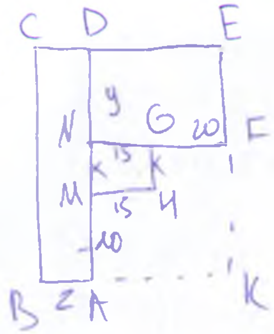
$= -2^{2019}\cdot\sin x\cos x$

Ответ: $(y^{(2019)})' = -2^{2019}\sin x\cos x$

ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 36038

N5)



По $MA = GF = 20м$

$MH = 15м$

$GH \geq 10м.$

Площадь участка складывается из 3 площадей прямоугольн.

Пусть $NM = GH = x$, где $x \geq 10$.

$EF = ND = y$; $BA = CD = z$; тогда площадь участ.

$$S_0 = (15+20)\cdot y + z\cdot(20+x+y) + 15x = 15y + 20y + 20z + zx + zy +$$
$$+ 15x = 35y + 20z + 15x + z(x+y)$$

L - длина ограждения.

$$L = 2z + 2y + 2x + 20 + 20 + 20 + 35 + 15 = 2(x+y+z) + 110.$$

$\min L$ возможна при наименьшей сумм $x+y+z$.

$S_0 = 1600\ м^2$

$$S_0 = 15(x+y) + 20(y+z) + z(x+y) = (x+y)(15+z) + 20(y+z) = 1600$$

т.к. $1600 \vdots 20 \Rightarrow (x+y)(15+z) \vdots 20$, тогда $\left[\begin{array}{l} z \vdots 5 \\ (x+y) \vdots 5. \end{array}\right.$

Наименьшая длина будет при мин - сильно возможн равных сторон $\Rightarrow$

Пусть $S_0 = 70x + 2x^2 = 1600 \Rightarrow$

$\cancel{x}^2 - 35x - 800 = 0$

$D = 1225 + 3200 = 4425$

$\Rightarrow x = 20 \Rightarrow S_0 = 1400 + 800 = 1600 \Rightarrow$

$$L = 2\cdot 60 + 110 = 120 + 110 = 330\ м.$$

$BK = 20 + 35 = 55$; $KE = 40 + 20 = 60$; $GH = 20$

Ответ: $L_{min} = 330м$; $BK = 55$; $KE = 60$; $GH = 20$

ТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 36038

№6) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 & (1) \\ x^2+xz+z^2=9 & (2) \\ y^2+yz+z^2=36 & (3) \end{cases}$

$(2)-(1) = x^2+xz+z^2-x^2-xy-y^2=5 \Rightarrow (z^2-y^2)+x(z-y)=5 \Rightarrow$

$(z-y)(z+y)+x(z-y)=5 \Rightarrow (z-y)(x+z+y)=5$

$(3)-(2) = y^2+yz+z^2-x^2-xz-z^2=36-9 \Rightarrow (y-x)(y+x)+z(y-x)=27 \Rightarrow$

$(y-x)(x+y+z)=27$

$(3)-(1) = y^2+yz+z^2-x^2-xy-y^2 = 32 \Rightarrow (z-x)(z+x)+y(z-x)=32 \Rightarrow$

$(z-x)(x+y+z)=32$, т.к z, y, x - положительные числа, то и сумма $x+y+z$ - число положительное, но, т.к и каждое из получившихся произведений положительно, то и $(z-y)>0$; $(y-x)>0$; $(z-x)>0$. $\Rightarrow$ имеем право разделить $\Rightarrow$

$\frac{z-y}{y-x}=\frac{5}{27}$; $\frac{y-x}{z-x}=\frac{27}{32}$; $\frac{z-y}{z-x}=\frac{5}{32} \Rightarrow$ $5x=32y-27z$; подставим во (3-2)

1) ~~$27z-27y=5y-5x \Rightarrow 32y-27z=5x$~~;

2) ~~$32y-32x=27z-27x \Rightarrow$~~ $32y-27z=5x$

$\left(y-\frac{32y}{5}+\frac{27z}{5}\right)\left(y+z+\frac{32y}{5}-\frac{27z}{5}\right)=27$

$\Rightarrow \left(\frac{27z}{5}-\frac{27y}{5}\right)\left(\frac{37y}{5}-\frac{22z}{5}\right)=27 \Rightarrow (z-y)(37y-22z)=25 \Rightarrow$

$37yz-22z^2-37y^2+22zy=25 \Rightarrow \begin{cases} 59yz-22z^2-37y^2=25 \\ y^2+yz+z^2=36 \end{cases} \Rightarrow$

$37y^2+37yz+59yz-37y^2-22z^2+37z^2=36\cdot37+25 \Rightarrow$

$96yz-15z^2=1332+25 \Rightarrow -15z^2+96yz=1357$

—