ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 39217

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	14	18	∅	0	47	сорок семь	

№4. Пусть x – количество плотников. Тогда бетонщиков – $\frac{x}{3}$, а каменщиков $n\cdot x$. Множество бойцов изобразим следующим образом

пересечения всех трех множеств не будет, т.к. каждый по условию владеет одной или двумя профессиями. Зная, что бойцов всего 36, а тех кто владеет двумя профессиями — $x+3$, составим уравнение:

$$x+\frac{x}{3}+n\cdot x-(x+3)=36$$

$$x\left(n+\frac{1}{3}\right)=39$$

$$x=\frac{39}{n+\frac{1}{3}}$$

$$\frac{x}{3}=\frac{13}{n+\frac{1}{3}}$$, т.к. $\frac{x}{3}\in Z$, $n\in Z$, $n\in[3;10]$

$$\frac{x}{3}=\frac{13}{n+\frac{1}{3}}=\frac{39}{3n+1}$$

$3n+1\in Z$, т.к. $n\in Z$

$3n+1$ должно быть делителем числа 39, то есть

$$3n+1=\left[\begin{array}{l}1\\3\\13\\39\end{array}\right.$$

т.к $n\in Z$, $n\in[3;10]$ => $3n+1=13$, $n=4$

$$x=\frac{39}{n+\frac{1}{3}}=9$$

число бойцов имеющих 1 профессию: $36-(x+3)\cdot2=36-(9+3)\cdot2=$ $=12$

Ответ: 12

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 39217

Задание 1:

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

Исследуем график функции $y=x^4-6x^3+11x^2-4x+9$

$y'=4x^3-18x^2+22x-4$

$y'=0$, если $4x^3-18x^2+22x-4=0$

$x=2$ – решение $\quad 4\cdot8-18\cdot4+22\cdot2-4=0$

$32-72+44-4=0$

$76-76=0$

$0=0$ – верно

$$\begin{array}{r|l} 4x^3-18x^2+22x-4 & x-2 \\ \cline{2-2} -\;4x^3-8x^2 & 4x^2-10x+2 \\ \hline -10x^2+22x & \\ -\;-10x^2+20x & \\ \hline 2x-4 & \\ -\;2x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(x-2)(4x^2-10x+2)=0$

$D=(-5)^2-4\cdot2=25-8=17$

$x_1=\dfrac{5+\sqrt{17}}{4}$

$x_2=\dfrac{5-\sqrt{17}}{4}$

$$\begin{array}{ccccccccc} y' & - & & + & & - & & + & \\ y & \downarrow & \frac{5-\sqrt{17}}{4} & \nearrow & 2 & \searrow & \frac{5+\sqrt{17}}{4} & \nearrow & \\ & & \cancel{\max}\ \min & & \cancel{\min}\ \max & & \cancel{\max}\ \min & & \end{array}$$

48 44

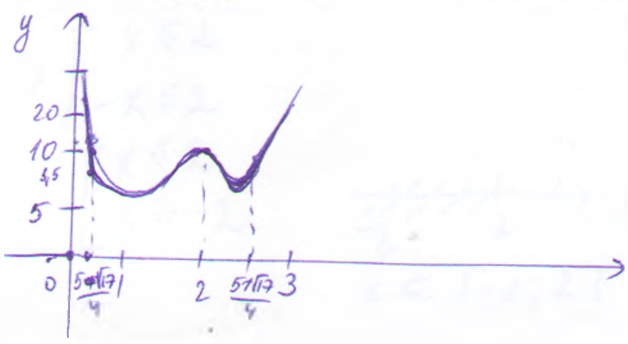
$y(2)=y_{max}=16-6\cdot8+11\cdot4-8+9=16-4+1=16-3=13$

$y\left(\frac{5+\sqrt{17}}{4}\approx\frac{9}{4}\right)=\left(\frac{9}{4}\right)^4-6\left(\frac{9}{4}\right)^3+11\left(\frac{9}{4}\right)^2-4\cdot\frac{9}{4}+9=\left(\frac{9}{4}\right)^2\left(\left(\frac{9}{4}\right)^2-6\cdot\frac{9}{4}+11\right)=$

$=\frac{81}{16}\left(\frac{81}{16}-\frac{216}{16}+\frac{176}{16}\right)=\frac{3321}{256}\approx12{,}9$

$y\left(\frac{5-\sqrt{17}}{4}\approx\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^4-6\left(\frac{1}{4}\right)^3+11\left(\frac{1}{4}\right)^2-4\cdot\frac{1}{4}+9=\frac{1}{256}-6\cdot\frac{4}{256}+11\cdot\frac{16}{256}+8$

$=\frac{1}{256}-\frac{24}{256}+\frac{176}{256}+8=\frac{153}{256}+8\approx8{,}5$



По графику видно, что $y=x^4-6x^3+11x^2-4x+9$ не пересекает оси Ox, а следовательно не имеет решений

ШИФР 39217

№2. $\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt3}\right)^x\leq 14$

Заметим, что $\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x\cdot\left(\sqrt{7+4\sqrt3}\right)^x=\left(\sqrt{(7-4\sqrt3)(7+4\sqrt3)}\right)^x=\left(\sqrt{49-48}\right)^x=1$

тогда $\left(\sqrt{7+4\sqrt3}\right)^x=\dfrac{1}{\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x}$

Пусть $\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x=t$

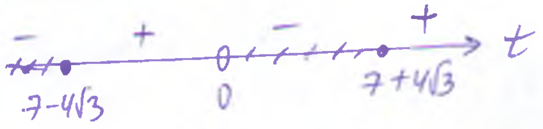
$$t+\frac1t\leq 14$$

$$\frac{t^2+1-14t}{t}\leq 0$$

$D=(-7)^2-1=48=(4\sqrt3)^2$

$t_1=7+4\sqrt3$

$t_2=7-4\sqrt3$



$$\left[\begin{array}{l} t\leq 7-4\sqrt3 \\ 0<t\leq 7+4\sqrt3\end{array}\right.$$

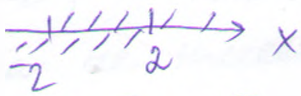
$$\left[\begin{array}{l} \left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x\leq 7-4\sqrt3 \\ 0<\left(\dfrac{1}{\sqrt{7+4\sqrt3}}\right)^x\leq 7+4\sqrt3\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} (7-4\sqrt3)^{\frac x2}\leq 7-4\sqrt3 \\ \begin{cases} 0<(7+4\sqrt3)^{-\frac x2} \\ (7+4\sqrt3)^{-\frac x2}\leq 7+4\sqrt3\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac x2\leq 1 \\ \begin{cases} \cancel{0<}\ x\in R \\ -\frac x2\leq 1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac x2\leq 1 \\ -\frac x2\leq 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\leq 2 \\ -x\leq 2\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x\leq 2 \\ x\geq -2\end{array}\right.$$



$x\in[-2;2]$

Ответ: $x\in[-2;2]$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(a b) c = a(b c)$ $E = mc^2$

ШИФР 39217

Задание 3

$y = \cos^2 x$

$y' = 2\cos x (\cos x)' = -2\cos x \cdot \sin x = -\sin 2x$

$y'' = (-\sin 2x)' = -\cos 2x \cdot 2$

$y''' = (-2 \cdot \cos 2x)' = \sin 2x \cdot 4$

$y^4 = (4 \sin 2x) = 4 \cdot \cos 2x \cdot 2 = 8 \cos 2x$

$y^5 = -16 \sin 2x$

$y^{2019} = -\sin 2x \cdot 2^{2018}$, т.к в производной нечетного порядка функция синуса. Степень двойки на один меньше, чем степень производной. Минус в производной появляется в (1, 2, 5, 6, 9, 10)

Ответ: $-\sin 2x \cdot 2^{2018}$.

Задание 6:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 & (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 16 & (2) \\ y^2 + yz + z^2 = 64 & (3) \end{cases}$$

(2) − (1): $z^2 + xz - y^2 - xy = 7$

$(z-y)(z+y) + x(z-y) = 7$

$(z-y)(z+y+x) = 7$ (4)

(3) − (1): $\cancel{z^2 + yz - y^2 - xy = 55}$

$z^2 + yz - x^2 - xy = 55$

$(z-x)(z+x) + y(z-x) = 55$

$(z-x)(z+x+y) = 55$ (5)

$\frac{(4)}{(5)}$: $\frac{z-y}{z-x} = \frac{7}{55}$

$55z - 55y = 7z - 7x$

$48z = 55y - 7x$

возможно, если $y = x = z$, но такого быть не может, поэтому система не имеет решений.

Ответ: нет решений