



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

39588

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	20	4	0	49	сорок девять	<i>[Signature]</i>

1.  $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 > 0$

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 = 24x - 24$$

$$x^2(x^2 - 4x + 12) = 24(x - 1)$$

рассмотрим:  $y_2 = x^2 - 4x + 12$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 16 - 48 = -32 < 0$$

$\Rightarrow y_2 = x^2 - 4x + 12 > 0$  при любых значениях  $x$ .

$y_2 = x^2, \Rightarrow y_2 \geq 0$   $y_2 = 0$ , при  $x = 0$ .  
рассмотрим правую часть равенства

$$y_3 = 24(x - 1) \quad y_3 \geq 0 \text{ при } x \in [1; +\infty)$$

Т.е.  $y_2 \cdot y_3 \geq 0$ ,  $\frac{y_2}{y_3} \geq 0$   $y_2 \in \mathbb{R}$

то левая часть уравнения равна 0.

в правой части - 0

в правой части - 1

из этого следует что уравнение не имеет решений,

значит и левая часть уравнения не может равняться 0.

2.  $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$

$$4 - \sqrt{15} = (4 - \sqrt{15}) \cdot \frac{(4 + \sqrt{15})}{(4 + \sqrt{15})} = \frac{16 - 15}{4 + \sqrt{15}} = \frac{1}{4 + \sqrt{15}}$$

$$= (4 + \sqrt{15})^{-1}$$

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x - 62 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$((4 + \sqrt{15})^x)^{-1} + (4 + \sqrt{15})^x - 62 \leq 0$$

$$(4 + \sqrt{15})^x = t > 0$$

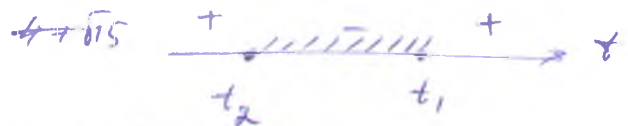
$$\frac{1}{t} + t - 62 \leq 0$$

$$t^2 - 62t + 1 \leq 0$$

$$D = 62^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 3844 - 4 = 3840$$

$$t_1 = \frac{62 + \sqrt{3840}}{2} = \frac{62 + 16\sqrt{15}}{2} = 31 + 8\sqrt{15} > 0$$

$$t_2 = 31 - 8\sqrt{15} = \sqrt{961} - \sqrt{960} > 0$$



$$\begin{cases} (4 + \sqrt{15})^x \geq 31 - 8\sqrt{15} & (1) \\ (4 + \sqrt{15})^x \leq 31 + 8\sqrt{15} & (2) \end{cases}$$

$$(1) (4 + \sqrt{15})^x \geq 31 - 8\sqrt{15} \Leftrightarrow (4 + \sqrt{15})^x \geq (4 + \sqrt{15})^{\log_{4 + \sqrt{15}}(31 - 8\sqrt{15})}$$

$$x \geq \log_{4 + \sqrt{15}}(31 - 8\sqrt{15})$$

$$(2) (4 + \sqrt{15})^x \leq 31 + 8\sqrt{15} = (4 + \sqrt{15})^{\log_{4 + \sqrt{15}}(31 + 8\sqrt{15})}$$

$$x \leq \log_{4 + \sqrt{15}}(31 + 8\sqrt{15})$$

Ответ:  $x \in [\log_{4 + \sqrt{15}}(31 - 8\sqrt{15}); \log_{4 + \sqrt{15}}(31 + 8\sqrt{15})]$

$x \in [-2, 2]!$

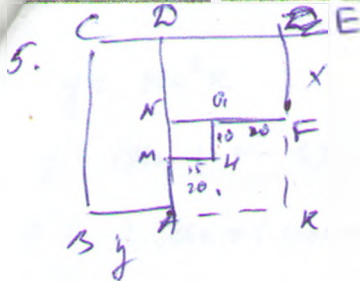
$$c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

39588



$$MA = GF = 20$$

$$MK = 15$$

$$GH = 10.$$

GH - наименьшее значение.  
Пусть  $GH = 10$ ,  $AB = y$ ,  $EF = x$

$$S_{ABCEFGHM} = 2(y + 15 + 20) \cdot (20 + 10 + x)$$

$$- 20 \cdot 15 - 20 \cdot (10 + 20) = 1600.$$

$$(30 + x)(35 + y) - 900 = 1600$$

$$(30 + x)(35 + y) = 2500 = 50 \cdot 50$$

$$\Rightarrow x = 20 \quad y = 15$$

$$P = 2(20 + 15) + 2(20 + 10 + 20) + 15 + 15 + 20 = 200.$$

$$BK = 15 + 15 + 20 = 50 \quad KE = 50. \quad GH = 10.$$

Ответ: 200; 50; 50; 10.

$$b)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



3.  $y = \sin^2 x$

$$y' = (\sin x \cdot \sin x)' = \sin x \cdot \cos x + \cos x \cdot \sin x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$y'' = 2 \cdot (\sin x)' \cdot (\cos x)' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \sin x \cdot \cos x$$

$$y''' = -2 (\sin x \cdot \cos x)' = 2 \cdot ((\sin x)' \cdot \cos x + \sin x \cdot (\cos x)')$$

$$= 2 \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x) = 2 \cos 2x$$

$$y^{(4)} = -4 \sin 2x$$

$\Rightarrow$  по последовательности можно, что

$$y^{(5)} = -8 \cos 2x$$

$$y^{(6)} = +16 \sin 2x$$

$$y^{(7)} = 32 \cos 2x$$

$$y^{(8)} = -64 \sin 2x$$

$$y^{(9)} = -128 \cos 2x$$

$$y^{(9)} = +2^{2013} \sin 2x$$

Ответ:  $-2^{2013} \sin 2x$

3  
4

Задача 4. 32 балла

каменные      деревянные      металлические

$x$  - деревянные       $2x$  и       $x$        $2x$

$t_{\text{ка}}$  - люди с 2 профессиями.

по условию.

$$2x + 2 = 0$$

тогда, если просуммируем, то получим кол-во людей с 1 проф. и увеличим кол-во людей с 2 проф.

$$2x + x + 2x = 32 + t$$

$$3 \leq x \leq 20.$$

$$2x + x + 2x = 32 + 2x + 2$$

$$2x + x = 34$$

$$x(2n+1) = 34$$

$$34 = 34 \cdot 1 = 17 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$x(2n+1) = 34 \cdot 1 = 17 \cdot 2.$$

$$x(2n+1) \neq 34 \cdot 1,$$

т.к.  $n \in \mathbb{N}$ .

$$x(2n+1) = 17 \cdot 2.$$

$$x \geq 2 \quad 2n+1 = 17$$

$$n = 16 : 2 = 8.$$

значит      деревянных - 2

металлов - 4

каменных - 32

$$t = 2x + 2 = 2 \cdot 2 + 2 = 6 \Rightarrow$$

людей, владеющих 1 профессией -

$$32 - 6 = 26.$$

Ответ: 26 человек.