

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 41081

Класс 11

Вариант 11

Дата Олимпиады 9.02.19

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	9	15	20	4	0	53	пятьдесят три	<i>[Signature]</i>

Задача 1  $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$

Сгруппируем левую часть и уравнение примет вид

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 8x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 8(x^2 - 3x + 2,25) = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 8(x - 1,5)^2 - 6 = 0$$

Левая часть принимает только неотрицательное значение,

т.к.  $\Rightarrow$  уравнение левая часть не может быть равна нулю  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  уравнение не имеет решений

Задача 2  $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$

Пусть  $(4 + \sqrt{15})^x = t$ , тогда неравенство примет вид

$$(4 - \sqrt{15})^x + t \leq 62$$

$$\frac{(4 - \sqrt{15})^x \cdot (4 + \sqrt{15})^x}{(4 + \sqrt{15})^x} = \frac{(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})}{(4 + \sqrt{15})^x} = \frac{16 - 15}{(4 + \sqrt{15})^x} = \frac{1}{(4 + \sqrt{15})^x} = \frac{1}{t}$$

Неравенство примет вид

$$\frac{1}{t} + t \leq 62$$

Условие:  $t \neq 0$

$t > 0$ !

$$\frac{1 + t^2 - 62t}{t} \leq 0 \quad | \cdot t$$

$$t^2 - 62t + 1 \leq 0$$

$$D = 62^2 - 4 = 3844 - 4 = 3840 \approx 16^2 \cdot 15$$

$$t_{1,2} = \frac{62 \pm 16\sqrt{15}}{2} = 31 \pm 8\sqrt{15}$$

$$t = (4 + \sqrt{15})^x$$

$$31 + 8\sqrt{15} = (4 + \sqrt{15})^x$$

$$31 - 8\sqrt{15} = (4 + \sqrt{15})^x$$

$x \in [-2; 2]$ , с учетом условия

$$x \in [-2; 0) \cup (0; 2]$$

Ответ:  $x \in [-2; 0) \cup (0; 2]$

поэтому исключили  $x = 0$ !

Задача 4

Пусть  $x$  - байца, владеющие 1 прогрессией,  $y$  - байца, владеющие двумя прогрессиями,  $u$  - число матчигов,  $v$  - бетешников,  $w$  - число кичменчикков

По условию всего в отряде 32 байца  $\Rightarrow x + y = 32$  :

$$u = 2v; w = n \cdot u; \text{ у кого } y = u + 2$$

$$x + 2y = u + v + w$$

$$v = \frac{u}{2}$$

$$w = nu$$

$$y = u + 2 \Rightarrow x = 30 - u$$

$$34 = u \left( \frac{2n+1}{2} \right) \Rightarrow u = \frac{68}{2n+1}$$

полное натуральное число  $2n+1$  должно быть среди делителей числа 68. Оно единственное и  $2n+1=17$

Тогда  $u = 4, x = 26$

$n = 8$  (  $n$  удовлетворяет условию )

Ответ: в отряде 26 байцов владеет только одной прогрессией

Задача 3

Найдем производную первого порядка

$$(\sin^2 x)' = (\sin^2 x)' \cdot (\sin x)' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

Найдем производную второго порядка

$$2(-\sin^2 x + \cos^2 x)$$

Найдем производную третьего порядка

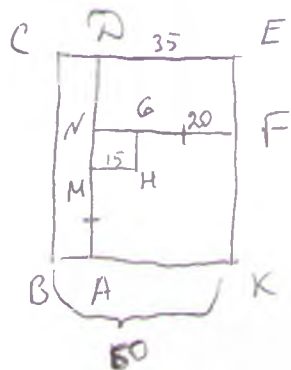
$$-8 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

Мы можем найти закономерность, таким образом

Производная 2019-го порядка будет равна

$$-2^{2019} \cdot \sin x \cdot \cos x$$

Задача 5



Дано:  $GF = MA = 20$ ,  $MH = 15$ ,  $S_{\text{всех}} = 1600$

Найти:  $P$  - периметр,  $BK$ ,  $EK$ ,  $GH$

Решение: Пусть  $GH = x$ , тогда  $AN = x + 20$

$$CD = MH = 15 \Rightarrow AE = NF = AK = 15 + 20 = 35$$

$$CE = BK = 35 + 15 = 50$$

$$S = 1600 \Rightarrow BK \cdot EK = 1600$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

ШИФР 41081

$$EK = EF + FK$$

Пусть  $EF = y$ , тогда

$$EK = y + x + 20$$

$$BK \cdot EK = 1600$$

$$50 \cdot (x + y + 20) = 1600$$

$$50(x + y) = 600$$

$$x + y = 12$$

$$EK = x + y + 20 = 12 + 20 = 32$$

Видна ограда =  $S_{BCDA} + S_{DEFK} + S_{MNCH}$

$$S_{BCDA} = CB \cdot BA$$

$$CB = EK = 32$$

$$S_{BCDA} = 32 \cdot 15 = 480 \text{ (м}^2\text{)}$$

Заметим, что  $CH$  — наименьшее возможное  
длина у забора, т.е. 10 м, тогда  $EF = 12 - 10 = 2$ , тогда

$$S_{DEFK} = 35 \cdot 2 = 70 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$S_{MNCH} = 10 \cdot 15 = 150 \text{ (м}^2\text{)} \Rightarrow S_{\text{огр}} = 480 + 70 + 150 = 700 \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ: наименьшая  $S = 700 \text{ м}^2$ ,  $EK = 32 \text{ м}$ ,  $BK = 50 \text{ м}$ ,  
 $CH = 10 \text{ м}$

✓